

Rekenen met breuken

Joke Braaksma

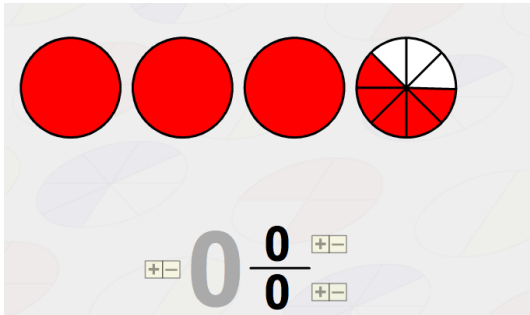
Januari 2011

Wat is nu eigenlijk een breuk? En wat is de teller en wat is de noemer? Ik reken me een breuk:

<http://www.lereniseenmakkie.nl/Maakwerk/Breuken/Breuken1.html>



Geef het plaatje de goede naam. Breuken benoemen:
www.onlineklas.nl



Bij het schrijven en rekenen met breuken is het belangrijk dat je de helen in een breuk herkent en eruit haalt. Als je bij een toets de helen niet uit een breuk gehaald hebt, wordt het antwoord fout gerekend.

www.onlineklas.nl Helen eruit halen niveau 1

Haal de helen eruit.

$$\frac{8}{6} = \boxed{+} \boxed{-} 0 \frac{0}{0} \boxed{+} \boxed{-} \boxed{+} \boxed{-}$$

Bij het schrijven en rekenen met breuken is het belangrijk dat je de helen in een breuk herkent en eruit haalt. Als je bij een toets de helen niet uit een breuk gehaald hebt, wordt het antwoord fout gerekend.

www.onlineklas.nl Helen eruit halen niveau 2

Haal de helen eruit.

$$1\frac{7}{3} = \boxed{+-} 0\frac{0}{0} \boxed{+-}$$

Wat bedoelen we met breuken vereenvoudigen en gelijknamig maken? En waar is dat voor nodig?

Een breuk bestaat uit een teller en een noemer.

$\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$

**Je mag teller en noemer altijd met het zelfde getal vermenigvuldigen.
De waarde van de breuk verandert daardoor niet.**



voorbeeld 1:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{24}{36}$$

voorbeeld 2:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{18}{30} = \frac{36}{60}$$

**Je mag teller en noemer ook altijd door het zelfde getal delen.
Ook dan verandert de waarde van de breuk niet.**



voorbeeld 3:

$$\frac{12}{36} = \frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

voorbeeld 4:

$$\frac{250}{500} = \frac{25}{50} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

We noemen dit **vereenvoudigen**.

Bij het vereenvoudigen zoeken we naar de Grootste Gemene Deler (GGD) van de teller en de noemer.

OPGAVE

Vereenvoudig:

$$\frac{12}{48} =$$

$$\frac{15}{35} =$$

$$\frac{17}{51} =$$

$$\frac{25}{225} =$$

$$\frac{75}{250} =$$

...Antwoorden...

$$\frac{36}{108} =$$

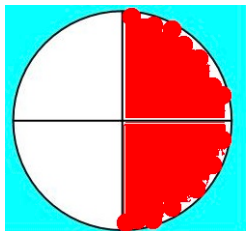
$$\frac{32}{96} =$$

$$\frac{10}{75} =$$

$$\frac{22}{121} =$$

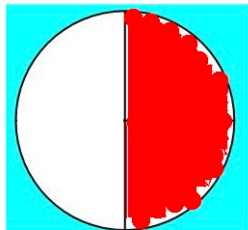
$$\frac{34}{85} =$$

Een simpel voorbeeld.



2 van de 4 zijn gekleurd

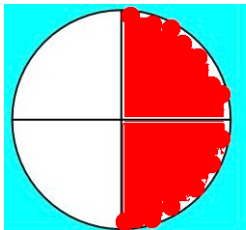
=



1 van de 2 is gekleurd

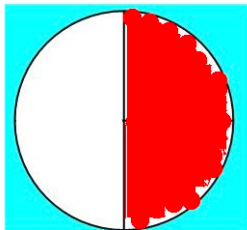
Beide cirkels zijn evenveel ingekleurd. Bij de linker cirkel 2 van de 4 vlakken en bij de rechter 1 van de 2 vlakken.

Als je van de breuk $\frac{2}{4}$ een breuk met, in ons voorbeeld, 2 in de noemer wilt maken, moet je de teller en noemer door een gelijk getal delen. Want de bij de rechter cirkel hoort de breuk $\frac{1}{2}$. Hierdoor verandert de waarde van de breuk niet. Dan krijg je:



2 van de 4 zijn gekleurd

=

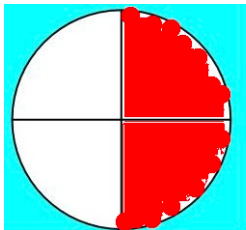


1 van de 2 is gekleurd

Dan krijg je:

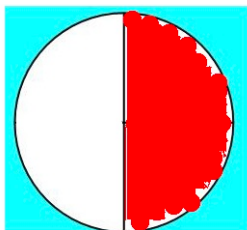
$$\frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

Anders om kan natuurlijk ook, als je van $\frac{1}{2}$ een breuk met 4 in de noemer wilt maken.



2 van de 4 zijn gekleurd

=

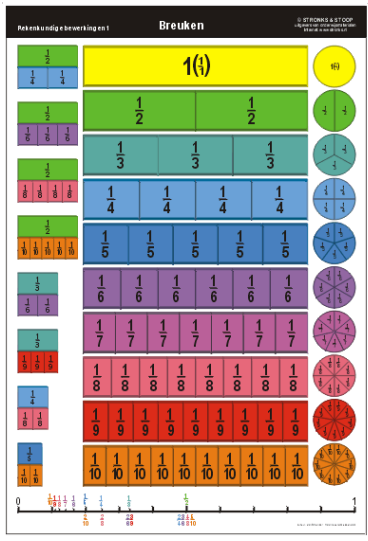


1 van de 2 is gekleurd

Dan krijg je:

$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

Een breukentafel kan een handig hulpmiddel zijn.



Weer terug naar ons schema voorbeeld. Iedereen gaat nu voor zichzelf even de onderstaande opgaven maken. Je gaat net zo lang vereenvoudigen tot je niet meer verder kunt.

Een breuk bestaat uit een teller en een noemer.

$\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$

Je mag teller en noemer altijd met het zelfde getal vermenigvuldigen.

De waarde van de breuk verandert daardoor niet.



voorbeeld 1:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{12}{18} = \frac{24}{36}$$

voorbeeld 2:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{18}{30} = \frac{36}{60}$$

Je mag teller en noemer ook altijd door het zelfde getal delen.

Ook dan verandert de waarde van de breuk niet.



voorbeeld 3:

$$\frac{12}{36} = \frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

voorbeeld 4:

$$\frac{250}{500} = \frac{25}{50} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

We noemen dit **vereenvoudigen**.

Bij het vereenvoudigen zoeken we naar de Grootste Gemene Deler (GGD) van de teller en de noemer.

OPGAVE

Vereenvoudig:

$$\frac{12}{48} = \quad \frac{15}{35} = \quad \frac{17}{51} = \quad \frac{25}{225} = \quad \frac{75}{250} =$$

$$\frac{36}{108} = \quad \frac{32}{96} = \quad \frac{10}{75} = \quad \frac{22}{121} = \quad \frac{34}{85} =$$

...Antwoorden...

Antwoorden:

VEREENVOUDIGEN

$$\frac{12}{48} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{15}{35} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{17}{51} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{25}{225} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{75}{250} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{36}{108} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{32}{96} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{75} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{22}{121} = \frac{2}{11}$$

$$\frac{34}{85} = \frac{2}{5}$$

2	4	6	8	10
4	8	12	16	20

Terugkomend op onze beginvragen: Wat bedoelen we met breuken vereenvoudigen en gelijknamig maken? En waar is dat voor nodig?

Wat bedoelen we met breuken vereenvoudigen?

De teller en noemer van de breuk moeten zo laag mogelijk zijn terwijl de waarde van de breuk gelijk blijft.



Terugkomend op onze beginvragen: Wat bedoelen we met breuken vereenvoudigen en gelijknamig maken? En waar is dat voor nodig?

Wat bedoelen we met breuken gelijknamig maken?

De noemers van de breuken moeten gelijk zijn. Dus onder de deelstreep moet hetzelfde cijfer / getal staan.

En waar is dat voor nodig?

Heel belangrijk! Het is het nodig om taart te kunnen winnen. Bij het breukenspel van Joost en mij krijg je de opdracht om alle gelijkwaardige breuken van de gegeven breuk te raken. Daarvoor moet je dus weten welke breuken gelijkwaardig zijn.

Verder is het een regel in het voortgezet onderwijs dat je een breuk als antwoord zo ver mogelijk moet vereenvoudigen. Doe je dit niet, dan wordt je antwoord simpelweg fout gerekend. Leer jezelf dus vanaf nu aan om een breuk altijd zo ver mogelijk te vereenvoudigen!

Als je breuken bij elkaar op wilt gaan tellen moet je ze eerst gelijknamig maken. Als je dat gedaan hebt, ben je met de noemers klaar. De tellers ga je dan nog bij elkaar optellen. In principe moet je je antwoord altijd zoveel mogelijk vereenvoudigen.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

noemers gelijk

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{2} = \overset{(2 \times 2)}{\frac{4}{14}} + \overset{(1 \times 7)}{\frac{7}{14}} = \frac{11}{14}$$

noemers ongelijk

Bijvoorbeeld $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

Dan moet je de breuken eerst gelijknamig maken. 6 komt zowel in de tafel van 2 als in de tafel van 3 voor. Als je van $\frac{1}{2}$ een breuk wilt maken waarvan de noemer 6 is, doe je de 2×3 . Dan moet je de teller (die is in dit voorbeeld 1) ook $\times 3$ doen.

Dus dan krijg je $\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$.

En $\frac{1}{3}$ wordt $\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$.

Dan krijg je uiteindelijk $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.

$\frac{5}{6}$ kun je niet meer vereenvoudigen en mag je zo laten staan.

Breken van elkaar aftrekken gaat op dezelfde manier als optellen. Eerst de breken gelijknamig maken, dus de noemers moeten hetzelfde zijn. Vervolgens mag je de tellers van elkaar aftrekken.

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} =$$

noemers gelijk

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{7} = \overset{(1 \times 7)}{\frac{7}{14}} - \overset{(2 \times 2)}{\frac{4}{14}} = \frac{3}{14}$$

noemers ongelijk

Soms lukt het aftrekken niet helemaal, je komt dan als het ware iets tekort.
Dan moet er een hele '**geleend**' worden



Voorbeeld: $4\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = 4\frac{4}{12} - \frac{9}{12}$,

dit lukt zo niet, dus moet er bij de 4 één hele geleend worden.

bedenk dat je het getal 1 kunt schrijven als:

$$\frac{1}{1} \text{ of } \frac{2}{2} \text{ of } \frac{3}{3} \text{ of } \frac{4}{4} \dots \text{enz.}$$

in het voorbeeld is het nodig om van de 1 die we hebben geleend

$$\frac{12}{12} \text{ te maken } 4\frac{4}{12} \text{ wordt dan } 3\frac{16}{12}$$

nu kan er wel worden afgetrokken

$$4\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = 4\frac{4}{12} - \frac{9}{12} = 3\frac{16}{12} - \frac{9}{12} = 3\frac{7}{12}$$

Opgaven maken

Soms lukt het aftrekken niet helemaal, je komt dan als het ware iets tekort. Dan moet er een hele '**geleend**' worden



Voorbeeld: $4\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = 4\frac{4}{12} - \frac{9}{12}$

dit lukt zo niet, dus moet er bij de 4 één hele geleend worden.

bedenk dat je het getal 1 kunt schrijven als:

$$\frac{1}{1} \text{ of } \frac{2}{2} \text{ of } \frac{3}{3} \text{ of } \frac{4}{4} \dots \text{enz.}$$

in het voorbeeld is het nodig om van de 1 die we hebben geleend $\frac{12}{12}$ te maken $4\frac{4}{12}$ wordt dan $3\frac{16}{12}$

nu kan er wel worden afgetrokken

$$4\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = 4\frac{4}{12} - \frac{9}{12} = 3\frac{16}{12} - \frac{9}{12} = 3\frac{7}{12}$$

OPGAVE

Neem de volgende opgaven over in je schrift.

$$4\frac{5}{8} - \frac{7}{8}$$

$$5\frac{3}{8} - \frac{3}{4}$$

$$6\frac{1}{2} - 3\frac{4}{5}$$

$$4\frac{3}{5} - 1\frac{4}{5}$$

$$5\frac{1}{12} - 3\frac{1}{4}$$

$$7\frac{1}{5} - 5\frac{4}{7}$$

$$6\frac{4}{7} - 2\frac{6}{7}$$

$$4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{3}$$

$$32\frac{2}{9} - 17\frac{3}{4}$$

$$5\frac{7}{13} - 4\frac{9}{13}$$

$$5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$$

$$69\frac{1}{2} - 49\frac{2}{3}$$

Antwoorden:

AFTREKKEN 2 - RIJ 1

$$4\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = 3\frac{13}{8} - \frac{7}{8} = 3\frac{6}{8} = 3\frac{3}{4}$$

$$4\frac{3}{5} - 1\frac{4}{5} = 3\frac{8}{5} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{4}{5}$$

$$6\frac{4}{7} - 2\frac{6}{7} = 5\frac{11}{7} - 2\frac{6}{7} = 3\frac{5}{7}$$

$$5\frac{7}{13} - 4\frac{9}{13} = 4\frac{20}{13} - 4\frac{9}{13} = \frac{11}{13}$$

Antwoorden:

AFTREKKEN 2 - RIJ 2

$$5\frac{3}{8} - \frac{3}{4} = 5\frac{3}{8} - \frac{6}{8} = 4\frac{11}{8} - \frac{6}{8} = 4\frac{5}{8}$$

$$5\frac{1}{12} - 3\frac{1}{4} = 5\frac{1}{12} - 3\frac{3}{12} = 4\frac{13}{12} - 3\frac{3}{12} = 1\frac{10}{12} = 1\frac{5}{6}$$

$$4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{3} = 4\frac{1}{6} - 3\frac{2}{6} = 3\frac{7}{6} - 3\frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} = 5\frac{2}{6} - 2\frac{3}{6} = 4\frac{8}{6} - 2\frac{3}{6} = 2\frac{5}{6}$$

Antwoorden:

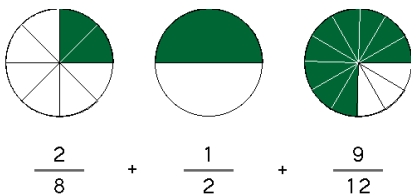
AFTREKKEN 2 - RIJ 3

$$6\frac{1}{2} - 3\frac{4}{5} = 6\frac{5}{10} - 3\frac{8}{10} = 5\frac{15}{10} - 3\frac{8}{10} = 2\frac{7}{10}$$

$$7\frac{1}{5} - 5\frac{4}{7} = 7\frac{7}{35} - 5\frac{20}{35} = 6\frac{42}{35} - 5\frac{20}{35} = 1\frac{22}{35}$$

$$32\frac{2}{9} - 17\frac{3}{4} = 32\frac{8}{36} - 17\frac{27}{36} = 31\frac{44}{36} - 17\frac{27}{36} = 14\frac{17}{36}$$

$$69\frac{1}{2} - 49\frac{2}{3} = 69\frac{3}{6} - 49\frac{4}{6} = 68\frac{9}{6} - 49\frac{4}{6} = 19\frac{5}{6}$$



We gaan weer even online oefenen: <http://www.leestrainer.nl>

Breuken vermenigvuldigen oftewel x. Hoe doe je dat?

$$\frac{\text{teller} \times \text{teller}}{\text{noemer} \times \text{noemer}}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} =$$

(3x2)
(5x5)

noemers gelijk

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

(3x2)
(4x3)

noemers ongelijk

Breuken vermenigvuldigen oftewel x. Hoe doe je dat?

Om breuken met elkaar te vermenigvuldigen hoef je ze niet eerst gelijknamig te maken. Wel moet je eerst van een combibreuk een echte breuk maken.

Dan kun je de tellers en noemers met elkaar vermenigvuldigen.



voorbeeld 1: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Breuken vermenigvuldigen oftewel $\times$. Hoe doe je dat? Met een combibreuk bedoelen ze helen $+$ een breuk.

$4\frac{3}{8}$ is een combinatie van een heel getal en een breuk.

Om hier een echte breuk van te maken gaan we als volgt te werk:

Vermenigvuldig de hele met de noemer en tel het antwoord bij de teller op



voorbeeld: $4 \times 8 = 32$ en $3 + 32 = 35$, dus $4\frac{3}{8} = \frac{35}{8}$

Breuken vermenigvuldigen oftewel $\times$. Hoe doe je dat?

Dan kun je de tellers en noemers met elkaar vermenigvuldigen.



voorbeeld 1: $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

voorbeeld 2: $2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{84}{10} = 8\frac{4}{10} = 8\frac{2}{5}$



Weer even oefenen: <http://www.leestrainer.nl>

Delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde.



voorbeeld 1: $\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

voorbeeld 2: $1\frac{3}{4} : 1\frac{1}{3} = \frac{7}{4} : \frac{4}{3} = \frac{7}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{21}{16} = 1\frac{5}{16}$

Om het omgekeerde van een breuk te nemen zet je de breuk dus als het ware op z'n kop. Let op dat je de goede breuk omkeert. Dus de breuk **achter** het deeltken.

$$\frac{1}{3}:5$$

$$\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{20}:\frac{3}{4}$$

$$18:2\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{11}:2$$

$$\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{7}:\frac{3}{7}$$

$$24:2\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4}:7$$

$$\frac{2}{9}:\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{10}:\frac{3}{4}$$

$$8\frac{1}{3}:\frac{5}{9}$$

$$\frac{23}{27}:3$$

$$\frac{2}{5}:\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{8}:\frac{1}{4}$$

$$2\frac{2}{3}:2\frac{2}{3}$$

DELEN - RIJ 1

$$\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{11} : 2 = \frac{1}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{22}$$

$$\frac{1}{4} : 7 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$$

$$\frac{23}{27} : 3 = \frac{23}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{23}{81}$$

DELEN - RIJ 2

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{5}$$

DELEN - RIJ 3

$$\frac{9}{20} : \frac{3}{4} = \frac{9}{20} \times \frac{4}{3} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{7} : \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{21} = 1$$

$$\frac{3}{10} : \frac{3}{4} = \frac{3}{10} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{8} : \frac{1}{4} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

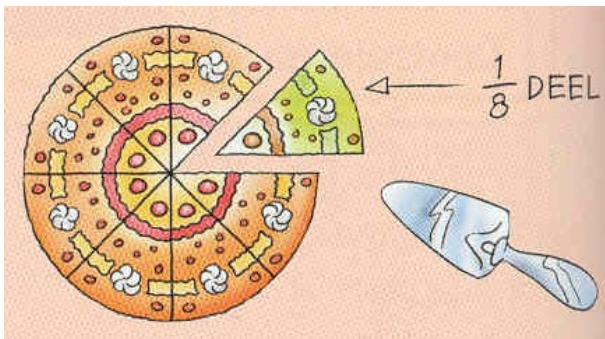
DELEN - RIJ 4

$$18 : 2\frac{1}{4} = \frac{18}{1} : \frac{9}{4} = \frac{18}{1} \times \frac{4}{9} = \frac{72}{9} = 8$$

$$24 : 2\frac{2}{3} = \frac{24}{1} : \frac{8}{3} = \frac{24}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

$$8\frac{1}{3} : \frac{5}{9} = \frac{25}{3} : \frac{5}{9} = \frac{25}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{15}{1} = 15$$

$$2\frac{2}{3} : \frac{2}{3} = \frac{8}{3} : \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{6} = 4$$



Weer even oefenen op internet. Eerst gaan we helen delen door breuken: <http://www.leestrainer.nl> (helen delen door breuken)



Hier kun je oefenen met breuken delen door breuken:
<http://www.leestrainer.nl> (breuken delen door breuken)

Als laatste nog een link naar een grappig breukenspel met kippen. Let op! De website is Engelstalig. Je kunt hier verschillende soorten spellen spelen die met breuken te maken hebben.



<http://www.echalk.co.uk/tasters/taster2/taster.html>