

# Rekenen met cijfers en letters

Maerlant College Brielle<sup>1</sup>

5 oktober 2009

<sup>1</sup>©Swier Garst - RGO Middelharnis



# Inhoudsopgave

|          |                                                               |           |
|----------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Rekenen met gehele getallen</b>                            | <b>7</b>  |
| 1.1      | De gehele getallen . . . . .                                  | 7         |
| 1.2      | Optellen . . . . .                                            | 8         |
| 1.3      | Opgaven . . . . .                                             | 8         |
| 1.4      | Aftrekken . . . . .                                           | 11        |
| 1.5      | Opgaven . . . . .                                             | 11        |
| 1.6      | Gemengde opgaven optellen en aftrekken . . . . .              | 12        |
| 1.7      | Vermenigvuldigen . . . . .                                    | 14        |
| 1.8      | Opgaven . . . . .                                             | 15        |
| 1.9      | Delen . . . . .                                               | 17        |
| 1.10     | Opgaven . . . . .                                             | 17        |
| 1.11     | Delen op nul . . . . .                                        | 17        |
| 1.12     | Opgaven . . . . .                                             | 18        |
| 1.13     | Delen door nul . . . . .                                      | 18        |
| 1.14     | Nul gedeeld door nul . . . . .                                | 18        |
| 1.15     | Machtsverheffen . . . . .                                     | 18        |
| 1.16     | Opgaven . . . . .                                             | 18        |
| 1.17     | Vermenigvuldigen van machten met hetzelfde grondtal . . . . . | 19        |
| 1.18     | Opgaven . . . . .                                             | 20        |
| 1.19     | Delen van machten met hetzelfde grondtal . . . . .            | 20        |
| 1.20     | Opgaven . . . . .                                             | 20        |
| 1.21     | Machten van machten . . . . .                                 | 20        |
| 1.22     | Opgaven . . . . .                                             | 20        |
| 1.23     | Combinaties van bewerkingen . . . . .                         | 21        |
| 1.24     | Opgaven . . . . .                                             | 21        |
| <b>2</b> | <b>Breuken</b>                                                | <b>23</b> |
| 2.1      | De breuk . . . . .                                            | 23        |
| 2.2      | Opgaven . . . . .                                             | 24        |
| 2.3      | Optellen van breuken . . . . .                                | 26        |
| 2.4      | Opgaven . . . . .                                             | 26        |
| 2.5      | Aftrekken van breuken . . . . .                               | 29        |
| 2.6      | Opgaven . . . . .                                             | 29        |
| 2.7      | Vermenigvuldigen van breuken . . . . .                        | 31        |

|          |                                                  |           |
|----------|--------------------------------------------------|-----------|
| 2.8      | Opgaven . . . . .                                | 31        |
| 2.9      | Delen van breuken . . . . .                      | 33        |
| 2.10     | Opgaven . . . . .                                | 33        |
| 2.11     | Een deel van een deel . . . . .                  | 35        |
| 2.12     | Opgaven . . . . .                                | 35        |
| 2.13     | Decimale schrijfwijze . . . . .                  | 36        |
| 2.14     | Opgaven . . . . .                                | 36        |
| 2.15     | Procenten . . . . .                              | 38        |
| 2.16     | Opgaven . . . . .                                | 38        |
| <b>3</b> | <b>Korter schrijven</b>                          | <b>41</b> |
| 3.1      | Opgaven . . . . .                                | 41        |
| 3.2      | Optellen met letters . . . . .                   | 43        |
| 3.3      | Opgaven . . . . .                                | 43        |
| 3.4      | Meer letters . . . . .                           | 44        |
| 3.5      | Opgaven . . . . .                                | 45        |
| <b>4</b> | <b>Rekenen met letters</b>                       | <b>47</b> |
| 4.1      | Opgaven . . . . .                                | 47        |
| 4.2      | Aftrekken . . . . .                              | 49        |
| 4.3      | Opgaven . . . . .                                | 49        |
| 4.4      | Het tegengestelde van $x+y$ . . . . .            | 54        |
| 4.5      | Opgaven . . . . .                                | 54        |
| 4.6      | Vermenigvuldigen . . . . .                       | 56        |
| 4.7      | Opgaven . . . . .                                | 56        |
| 4.8      | Delen . . . . .                                  | 58        |
| 4.9      | Opgaven . . . . .                                | 58        |
| 4.10     | Machten . . . . .                                | 60        |
| 4.11     | Opgaven . . . . .                                | 60        |
| 4.12     | Delen van machten . . . . .                      | 61        |
| 4.13     | Opgaven . . . . .                                | 61        |
| 4.14     | Machten van machten . . . . .                    | 62        |
| 4.15     | Opgaven . . . . .                                | 62        |
| 4.16     | Vereenvoudigen van breuken met letters . . . . . | 64        |
| 4.17     | Opgaven . . . . .                                | 64        |
| 4.18     | Optellen en aftrekken van breuken . . . . .      | 65        |
| 4.19     | Opgaven . . . . .                                | 66        |
| 4.20     | Vermenigvuldigen van breuken . . . . .           | 67        |
| 4.21     | Opgaven . . . . .                                | 67        |
| 4.22     | Haakjes wegwerken I . . . . .                    | 69        |
| 4.23     | Opgaven . . . . .                                | 69        |
| 4.24     | Haakjes wegwerken II . . . . .                   | 72        |
| 4.25     | Opgaven . . . . .                                | 72        |
| 4.26     | $(a + b)^2$ . . . . .                            | 75        |
| 4.27     | Opgaven . . . . .                                | 75        |
| 4.28     | $(a + b)(a - b)$ . . . . .                       | 76        |

|                                                             |           |
|-------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.29 Opgaven . . . . .                                      | 76        |
| 4.30 Haakjesvaria . . . . .                                 | 79        |
| <b>5 Ontbinden in factoren</b>                              | <b>81</b> |
| 5.1 Ontbinden in factoren I . . . . .                       | 81        |
| 5.2 Opgaven . . . . .                                       | 81        |
| 5.3 Ontbinden in factoren II . . . . .                      | 83        |
| 5.4 Opgaven . . . . .                                       | 83        |
| 5.5 Ontbinden allerlei . . . . .                            | 86        |
| <b>6 Breuken</b>                                            | <b>89</b> |
| 6.1 Vereenvoudigen . . . . .                                | 89        |
| 6.2 Optellen en aftrekken van breuken met letters . . . . . | 91        |
| 6.3 Opgaven . . . . .                                       | 91        |
| 6.4 Breuken met letters vermenigvuldigen en delen . . . . . | 93        |
| 6.5 Opgaven . . . . .                                       | 93        |



# Hoofdstuk 1

## Rekenen met gehele getallen

### 1.1 De gehele getallen

De getallen  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$  heten de *natuurlijke getallen*. Ze worden aangegeven met het symbool  $\mathbb{N}$

De natuurlijke getallen kunnen we op een lijn zetten: de getallenlijn.

Met natuurlijke getallen kunnen we ieder tweetal getallen bij elkaar optellen. Maar als je alleen natuurlijke getallen gebruikt kun je niet ieder tweetal getallen van elkaar aftrekken.

Zo kun je  $5 - 3$  wel uitrekenen als je alleen Natuurlijke getallen gebruikt, maar  $3 - 5$  niet.

De rij getallen op de getallenlijn kunnen we naar links uitbreiden:

De getallen  $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  heten de gehele getallen.

Ze worden aangegeven met het symbool  $\mathbb{Z}$

De getallen  $1, 2, 3, \dots$  heten de *positieve gehele getallen*.

Ze worden aangegeven met het symbool  $\mathbb{Z}^+$

De getallen  $\dots, -4, -3, -2, -1$  heten de negatieve gehele getallen.

Ze worden aangegeven met het symbool  $\mathbb{Z}^-$

Twee getallen, zoals 3 en -3 of 4 en -4, die slechts van teken verschillen heten elkaars *tegengestelde*.

## 1.2 Optellen

Om na te gaan hoe je met gehele getallen kunt optellen zo dat het optellen met gehele getallen een voortzetting is van het optellen met natuurlijke getallen maken we volgende tabel:

$$\begin{aligned}4 + 3 &= 7 \\4 + 2 &= 6 \\4 + 1 &= 5 \\4 + 0 &= 4 \\4 + -1 &= 3 \\4 + -2 &= 2 \\4 + -3 &= 1 \\4 + -4 &= 0 \\4 + -5 &= -1 \\4 + -6 &= -2 \\4 + -7 &= -3\end{aligned}$$

De getallen 3 en 4 in  $3 + 4 = 7$  heten de *termen*. Het getal 7 heet de *som* van 3 en 4. We zien dat *optellen* met een getal hetzelfde resultaat geeft als *afrekken* met het tegengestelde.

De eigenschap dat je bij het optellen van natuurlijke getallen, bijvoorbeeld  $4 + 6$  de volgorde van de termen mag verwisselen:  $4 + 6 = 6 + 4$ , heet de *commutatieve eigenschap* van het optellen. Omdat de gehele getallen een uitbreiding zijn van de natuurlijke getallen spreken we voor het optellen van gehele getallen af, dat we ook voor die getallen de volgorde in de optelling mogen verwisselen. Bijvoorbeeld:  $4 + -6 = -6 + 4$

## 1.3 Opgaven

### Som 1

Schrijf het tegengestelde op van:

- |         |          |
|---------|----------|
| a. $-3$ | e. $12$  |
| b. $4$  | f. $-32$ |
| c. $-5$ | g. $32$  |
| d. $6$  | h. $-34$ |

### Som 2

Schrijf de opgave over en reken zonder rekenmachine uit:



- |             |              |
|-------------|--------------|
| a. $2 + 3$  | e. $5 + -2$  |
| b. $-2 + 3$ | f. $6 + -3$  |
| c. $-4 + 8$ | g. $-3 + -5$ |
| d. $8 + -3$ | h. $-1 + -5$ |

**Som 3**

Schrijf de opgave over en bereken:

- |               |              |
|---------------|--------------|
| a. $6 + -4$   | e. $-7 + 9$  |
| b. $-8 + 5$   | f. $-4 + -6$ |
| c. $-4 + -5$  | g. $12 + -8$ |
| d. $-12 + 11$ | h. $4 + -7$  |

**Som 4**

Schrijf de opgave over en bereken:

- |               |             |
|---------------|-------------|
| a. $-5 + -8$  | e. $-4 + 7$ |
| b. $19 + -11$ | f. $4 + -7$ |
| c. $-17 + 38$ | g. $4 + -7$ |
| d. $-9 + -25$ | h. $4 + 7$  |

**Som 5**

Schrijf de opgave over en bereken:

- |              |               |
|--------------|---------------|
| a. $-3 + 8$  | e. $16 + -15$ |
| b. $6 + -7$  | f. $23 + -24$ |
| c. $-5 + -4$ | g. $-1 + -5$  |
| d. $-9 + 6$  | h. $1 + -7$   |

**Som 6**

Schrijf de opgave over en bereken:

- |              |             |
|--------------|-------------|
| a. $13 + -6$ | c. $2 + -2$ |
| b. $-4 + -4$ | d. $7 + -1$ |

e.  $-11 + -7$

g.  $-8 + 9$

f.  $5 + -5$

h.  $-10 + -10$

**Som 7**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $6 + -5 + -4$

e.  $9 + -4 + 7$

b.  $-3 + 7 + -4$

f.  $9 + 7 + -4$

c.  $8 + -10 + 7$

g.  $7 + 9 + -4$

d.  $4 + -4 + 4$

h.  $-4 + 9 + 7$

**Som 8**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $7 + -3 + -4$

e.  $-1 + -2 + -3$

b.  $-3 + -4 + -5$

f.  $-3 + 4 + -5$

c.  $3 + -3 + 0$

g.  $-2 + -2 + -2$

d.  $4 + -5 + 6$

h.  $-5 + -5 + -5$

**Som 9**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $17 + 24 + -11 + 1$

e.  $3 + 28 + -7 + -4$

b.  $6 + -4 + -9 + 2$

f.  $12 + -10 + -6 + 4$

c.  $-14 + 7 + 11 + 2$

g.  $19 + 38 + -64 + 25$

d.  $-3 + 9 + -7 + 5$

h.  $-18 + -75 + 12 + -21$

**Som 10**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $9 + -5 + -3$

e.  $15 + -3 + 11$

b.  $-6 + 9 + 5$

f.  $10 + 5 - 4$

c.  $-6 + 19 + 5$

g.  $7 + 12 + -6$

d.  $4 + -11 + 8$

h.  $4 + 19 + -11$

## 1.4 Aftrekken

Hoe je gehele getallen van elkaar kunt aftrekken zo dat het aftrekken met gehele getallen een voortzetting is van het aftrekken met natuurlijke getallen maken we volgende tabel:

$$4 - 3 = 1$$

$$4 - 2 = 2$$

$$4 - 1 = 3$$

$$4 - 0 = 4$$

$$4 - -1 = 5$$

$$4 - -2 = 6$$

$$4 - -3 = 7$$

$$4 - -4 = 8$$

Dus: aftrekken met een getal levert hetzelfde resultaat als optellen met het tegengestelde.

## 1.5 Opgaven

### Som 11

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $2 - 3$

e.  $5 - -3$

b.  $-2 - 3$

f.  $-3 - -5$

c.  $-4 - 8$

g.  $-1 - -5$

d.  $8 - -3$

h.  $-8 - -2$

### Som 12

Schrijf de opgave over en bereken

a.  $17 - 4$

e.  $6 - 13$

b.  $18 - 19$

f.  $11 - 28$

c.  $14 - 20$

g.  $17 - 15$

d.  $13 - 6$

h.  $30 - 45$

### Som 13

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $0 - 7$

d.  $-15 - 8$

b.  $-1 - 12$

e.  $-11 - 25$

c.  $-5 - 14$

f.  $17 - 38$

g.  $-17 - 38$

h.  $-24 - 1$

**Som 14**

Schrijf de opgaven over en bereken:

a.  $12 - -43$

e.  $-455 - -123$

b.  $34 - -54$

f.  $-867 - 435$

c.  $-12 - -67$

g.  $-294 - 857$

d.  $-45 - 23$

h.  $645 - -746$

**Som 15**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $-38 - 43 - -83$

e.  $0 - -3$

b.  $73 - 27 - 68$

f.  $1 - -2 - -3 - -4$

c.  $-1 - 2 - 3 - 4$

g.  $-12 - -12 - 12$

d.  $0 - -2$

h.  $12 - 12 - 12$

## 1.6 Gemengde opgaven optellen en aftrekken

**Som 16**

Schrijf de som over en bereken

a.  $4 + -8$

e.  $11 - 19$

b.  $18 - 11$

f.  $-24 + 16$

c.  $-13 - 9$

g.  $35 - -9$

d.  $-10 + -15$

h.  $12 - 24$

**Som 17**

Schrijf de som over en bereken

a.  $-7 - -7$

e.  $-14 - 14$

b.  $16 - 14$

f.  $-20 + -10$

c.  $29 + -19$

g.  $16 - -1$

d.  $23 - -11$

h.  $0 - -8$

**Som 18**

Schrijf de som over en bereken

a.  $12 - 13$

e.  $-12 - -13$

b.  $-12 - 13$

f.  $-12 + 13$

c.  $13 - -12$

g.  $12 + -13$

d.  $-12 - 13$

h.  $-13 + -12$

**Som 19**

Schrijf de som over en bereken

a.  $4 - -3 + -5$

e.  $25 - 17 - -18$

b.  $-9 - 16 - 11$

f.  $-14 - -11 - 13$

c.  $-13 - -11 - 24$

g.  $7 - 38 - 15$

d.  $15 + -8 - 7$

h.  $11 + 19 - -10$

**Som 20**

Schrijf de som over en bereken:

a.  $14 - 18 + 12$

e.  $-33 - -14 - 1$

b.  $7 + -9 - 13$

f.  $-16 + 38 - -10$

c.  $24 - -11 - 15$

g.  $14 - 19 - -21$

d.  $19 + 25 - 12$

h.  $-12 + -15 - 15$

**Som 21**

Schrijf de som over en bereken:

a.  $28 - 45 + 17$

e.  $37 - 19 - -11$

b.  $-12 - 15 - -8$

f.  $25 - -13 + 9$

c.  $6 - -2 - 2$

g.  $-8 - 8 - -8$

d.  $-14 + 17 - -5$

h.  $7 - -13 - 17$

**Som 22**

Schrijf de som over en bereken

a.  $22 + -18 - -14$

b.  $-15 + 16 - 17$

c.  $41 - 25 - 28$

d.  $-17 + 8 - 12$

e.  $38 + 17 - 20$

f.  $45 - 10 - 29$

g.  $18 + -23 - 12$

h.  $-14 - 14 - 14$

**Som 23**

Schrijf de som over en bereken

a.  $-3 - -5 + 11$

b.  $8 - 6 - 8$

c.  $14 + -17 - 17$

d.  $-9 + 9 - 9$

e.  $27 - -11 - 15$

f.  $16 + -14 - -3$

g.  $-38 - 37 - 36$

h.  $10 + -27 + 9$

**Som 24**

Schrijf de som over en bereken

a.  $-1 - -1 - 1$

b.  $7 + 4 - -8$

c.  $-5 + -5 + -5$

d.  $6 + -8 - 12$

e.  $11 - 7 - 15$

f.  $-10 - 20 + 25$

g.  $-13 + 26 - 13$

h.  $-5 + 47 - -8$

**Som 25**

Schrijf de som over en bereken

a.  $19 + -15 - 7 - -2$

b.  $31 - 18 - -5 + 12$

c.  $-26 - 14 - 19 + 7$

d.  $17 + 11 - -10 - 3$

e.  $-5 - 5 - -5 + 5$

f.  $7 + -12 - 9 + 4$

g.  $16 - 8 - 24 + 14$

h.  $-7 - 13 - 19 - 25$

## 1.7 Vermenigvuldigen

Gehele getallen kun je net zo vermenigvuldigen als gehele getallen. We maken volgende tabel:

$$4 \times 3 = 12$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$\begin{aligned}4 \times 1 &= 4 \\4 \times 0 &= 0 \\4 \times -1 &= -4 \\4 \times -2 &= -8 \\4 \times -3 &= -12 \\4 \times -4 &= -16 \\4 \times -5 &= -20\end{aligned}$$

Zoals  $4 \times 3 = 3 \times 4$  spreken we af dat deze eigenschap ook geldt voor vermenigvuldigen met gehele getallen:

$$4 \times -2 = -2 \times 4$$

Met deze eigenschap kunnen we de volgende tabel maken:

$$\begin{aligned}-4 \times 3 &= -12 \\-4 \times 2 &= -8 \\-4 \times 1 &= -4 \\-4 \times 0 &= 0 \\-4 \times -1 &= 4 \\-4 \times -2 &= 8 \\-4 \times -3 &= 12 \\-4 \times -4 &= 16 \\-4 \times -5 &= 20\end{aligned}$$

We zien dat voor vermenigvuldigen met gehele getallen geldt:

positief getal  $\times$  positief getal = positief getal  
positief getal  $\times$  negatief getal = negatief getal  
negatief getal  $\times$  positief getal = negatief getal  
negatief getal  $\times$  negatief getal = positief getal

## 1.8 Opgaven

### Som 26

Schrijf de sommen over en bereken

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| a. $4 \times 7$   | e. $-6 \times -12$ |
| b. $-4 \times 7$  | f. $9 \times -11$  |
| c. $15 \times -8$ | g. $8 \times 6$    |
| d. $7 \times -9$  | h. $7 \times -5$   |

### Som 27

Schrijf de som over en bereken

a.  $14 \times -5$

b.  $9 \times -12$

c.  $-6 \times -13$

d.  $11 \times 11$

e.  $-4 \times -8$

f.  $3 \times -12$

g.  $-7 \times 7$

h.  $-15 \times 5$

**Som 28**

Schrijf de som over en bereken

a.  $6 \times -18$

b.  $-5 \times 5$

c.  $12 \times -3$

d.  $-9 \times -9$

e.  $-7 \times -14$

f.  $12 \times -12$

g.  $13 \times -7$

h.  $-5 \times -10$

**Som 29**

Schrijf de som over en bereken:

a.  $16 \times 4$

b.  $-15 \times -6$

c.  $18 \times -5$

d.  $-17 \times 4$

e.  $3 \times -19$

f.  $11 \times 13$

g.  $-14 \times -8$

h.  $15 \times -4$

**Som 30**

Schrijf de som over en bereken

a.  $6 \times 8 \times -3$

b.  $7 \times -5 \times -2$

c.  $-9 \times 10 \times 3$

d.  $7 \times -8 \times -4$

e.  $-5 \times -2 \times -8$

f.  $-3 \times 7 \times -5$

g.  $4 \times -4 \times -4$

h.  $-10 \times -11 \times 3$

**Som 31**

Schrijf de som over en bereken

a.  $7 \times 7 \times -2$

b.  $9 \times -5 \times -4$

c.  $-6 \times 6 \times -6$

d.  $4 \times -5 \times 6$



e.  $7 \times 8 \times -1$

g.  $-5 \times -8 \times -6$

f.  $-3 \times -6 \times 9$

h.  $-2 \times -3 \times 0$

## 1.9 Delen

$$\frac{12}{4} = 3, \text{ omdat } 3 \times 4 = 12$$

$$\text{Daarom is } \frac{12}{-4} = -3: \text{ Immers } -3 \times -4 = 12$$

Zo is:

$$\frac{-12}{-4} = 3 \text{ omdat } 3 \times -4 = -12$$

$$\frac{-12}{4} = -3 \text{ omdat } -3 \times 4 = -12$$

## 1.10 Opgaven

### Som 32

Schrijf de opgave over en reken uit:

a.  $\frac{-15}{5}$

e.  $\frac{-48}{16}$

b.  $\frac{14}{-7}$

f.  $\frac{-64}{8}$

c.  $\frac{-24}{8}$

g.  $\frac{45}{-5}$

d.  $\frac{36}{6}$

h.  $\frac{-45}{-9}$

### Som 33

Schrijf de opgave over en reken uit:

a.  $\frac{144}{-16}$

e.  $\frac{6450}{-75}$

b.  $\frac{-162}{18}$

f.  $\frac{-6450}{75}$

c.  $\frac{-2226}{53}$

g.  $\frac{5208}{62}$

d.  $\frac{-2226}{53}$

h.  $\frac{-5208}{62}$

## 1.11 Delen op nul

$$\frac{0}{3} = 0, \text{ want } 0 = 3 \times 0.$$

$$\text{Net zo is } \frac{0}{4} = 0 \text{ en } \frac{0}{127} = 0$$

## 1.12 Opgaven

### Som 34

Schrijf over en bereken

a.  $\frac{0}{6}$

c.  $\frac{0}{-1000}$

b.  $\frac{0}{-3}$

d.  $\frac{0}{-200}$

## 1.13 Delen door nul

$$\frac{3}{0} = ?$$

Welk getal kan er op de plaats van het vraagteken staan?

Als je op de plaats van ? een getal denkt, dan moet  $0 \times ? = 2$ .

Maar je ziet dat er op de plaats geen enkel getal gezet kan worden.

Dus: Delen door nul kan niet.

## 1.14 Nul gedeeld door nul

$$\frac{0}{0} = ?$$

Wel getal kan er op de plaats van ??.

Voor zo'n getal moet gelden:  $0 \times ? = 0$ . Maar dan kan op de plaats van ? ieder getal staan. Daarom zeggen we  $\frac{0}{0}$  kan niet.

## 1.15 Machtsverheffen

$5^4$  is de korte schrijfwijze van  $5 \times 5 \times 5 \times 5$

Een uitdrukking als  $5^4$  heet een *macht*.

De 5 heet het *grondtal*

De 4 heet de *exponent*

Voorbeelden:

1.  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

2.  $(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 = 81$

3. Pas op:  $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3$

## 1.16 Opgaven

### Som 35

Schrijf de volgende machten als herhaalde vermenigvuldiging en bereken daarna de macht.

- |          |             |
|----------|-------------|
| a. $2^2$ | e. $2^6$    |
| b. $2^3$ | f. $(-2)^2$ |
| c. $2^4$ | g. $(-2)^3$ |
| d. $2^5$ | h. $(-2)^4$ |

**Som 36**

Schrijf de volgende machten als herhaalde vermenigvuldiging en bereken daarna de macht.

- |             |           |
|-------------|-----------|
| a. $(-2)^3$ | e. $-2^2$ |
| b. $(-2)^4$ | f. $-2^3$ |
| c. $(-2)^5$ | g. $-2^4$ |
| d. $(-2)^6$ | h. $-2^5$ |

**Som 37**

Schrijf de volgende machten als herhaalde vermenigvuldiging en bereken daarna de macht.

- |          |             |
|----------|-------------|
| a. $3^2$ | e. $3^6$    |
| b. $3^3$ | f. $(-3)^2$ |
| c. $3^4$ | g. $(-3)^3$ |
| d. $3^5$ | h. $(-3)^4$ |

**Som 38**

Schrijf de volgende machten als herhaalde vermenigvuldiging en bereken daarna de macht.

- |             |           |
|-------------|-----------|
| a. $(-3)^3$ | e. $-3^2$ |
| b. $(-3)^4$ | f. $-3^3$ |
| c. $(-3)^5$ | g. $-3^4$ |
| d. $(-3)^6$ | h. $-3^5$ |

**1.17 Vermenigvuldigen van machten met hetzelfde grondtal**

Omdat  $7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7$  en  $7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$  is

$$7^4 \times 7^5 = \underbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7}_{4 \text{ factoren } 7} \times \underbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}_{5 \text{ factoren } 7} = 7^9$$

Als je dus twee machten met hetzelfde grondtal met elkaar *vermenigvuldigt*, dan moet je de *exponenten* van die machten bij elkaar *optellen*.

## 1.18 Opgaven

### Som 39

Schrijf als één macht

a.  $3^4 \times 3^6$

e.  $13^4 \times 13^8$

b.  $10^5 \times 10^6$

f.  $120^3 \times 120^4$

c.  $4^2 \times 4^3$

g.  $12^{24} \times 12^{12} \times 12^{10}$

d.  $7^7 \times 7^7$

h.  $5 \times 5^2 \times 5^3 \dots \times 5^9 \times 5^{10}$

## 1.19 Delen van machten met hetzelfde grondtal

$$\frac{7^{12}}{7^4} = 7^8 \text{ omdat } 7^{12} = 7^8 \times 7^4$$

Als je dus twee machten met hetzelfde grondtal op elkaar *deelt*, dan moet je de exponenten van die machten van elkaar *afrekken*.

## 1.20 Opgaven

### Som 40

Schrijf als één macht:

a.  $\frac{3^9}{3^3}$

e.  $\frac{10^6}{10^2}$

b.  $\frac{5^{12}}{5^3}$

f.  $\frac{12^{45}}{12^{34}}$

c.  $\frac{4^7}{4}$

g.  $\frac{15^5}{15^3}$

d.  $\frac{12^{12}}{12^{11}}$

h.  $\frac{22^{22}}{22^{21}}$

## 1.21 Machten van machten

$7^{5^4}$  heet een macht van een macht. Het is de 4-de macht van  $7^5$

$$7^{5^4} = \underbrace{7^5 \times 7^5 \times 7^5 \times 7^5}_{4 \text{ factoren } 7^5} = 7^{20}$$

Als je een macht van een macht wilt schrijven als één macht, dan moet je de exponenten van de beide machten met elkaar vermenigvuldigen.

## 1.22 Opgaven

### Som 41

Schrijf de machten als macht van één grondtal:

- |                 |                     |
|-----------------|---------------------|
| a. $7^{4^5}$    | e. $-2^{3^4}$       |
| b. $2^{2^2}$    | f. $(-4)^{5^3}$     |
| c. $2^{3^4}$    | g. $3^{4^{5^6}}$    |
| d. $(-2)^{3^4}$ | h. $(-3)^{4^{5^6}}$ |

## 1.23 Combinaties van bewerkingen

Gevraagd: Bereken  $4 + 5 \times 6$ .

Omdat  $5 \times 6$  betekent  $6 + 6 + 6 + 6 + 6$  moet je bij  $4 + 5 \times 6$  eerst  $5 \times 6$  uitrekenen en dan pas bij de uitkomst 4 optellen.

Dus vermenigvuldigen gaat voor optellen.

$$4 + 5 \times 6 =$$

$$4 + 30 = 34$$

Zou je toch eerst 4 en 5 willen optellen, dan moet je haakjes gebruiken:

$$(4 + 5) \times 6 =$$

$$9 \times 6 = 54$$

## 1.24 Opgaven

### Som 42

Bereken:

- |                         |                              |
|-------------------------|------------------------------|
| a. $4 \times 5 + 6$     | e. $4 \times 5 + 6 \times 7$ |
| b. $4 + 5 \times 6$     | f. $(4 + 5) \times 6 + 7$    |
| c. $4 + 5 \times 6 + 7$ | g. $4 + 5 \times (6 + 7)$    |
| d. $4 + 5 + 6 \times 7$ | h. $(4 + 5) \times (6 + 7)$  |

### Som 43

Bereken:

- |                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| a. $(4 - 5) \times (6 + 7)$ | e. $(4 - 5) \times -6$    |
| b. $4 - 5 \times 6 + 7$     | f. $(-4 - 5) \times -6$   |
| c. $4 - 5 \times 6$         | g. $4 - 5 + 6 \times -7$  |
| d. $-4 - 5 \times -6$       | h. $4 - 5 + -6 \times -7$ |

**Som 44**

Bereken

a.  $-4 + 5 - 6 \times 7$

b.  $-4 + 5 \times -6 + 7$

c.  $-4 - 5 \times -6 - 7$

d.  $(5 - 7) \times -2$

e.  $(5 - 9) \times (5 - 11)$

f.  $5 \times 9 - 5 \times 11$

g.  $(5 - 8) \times 3 - 10$

h.  $(4 - 6) \times -2 + 3$

**Som 45**

Bereken

a.  $\frac{12+8}{-5}$

b.  $\frac{-48+18}{-4-1}$

c.  $\frac{24-\frac{12}{3}}{6-8}$

d.  $\frac{4 \times 3 + 1}{-1 + 2 \times 7}$

e.  $\frac{5 \times 8 + 9 \times 5}{1 + 2 \times 8}$

f.  $\frac{5 \times (9+8) \times 5}{40-16-1}$

g.  $4 + \frac{12+8}{5} - \frac{-3-3}{12-5}$

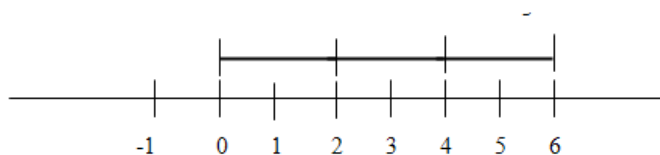
h.  $\frac{5 \times -6 \times 7}{(3-2-1) \times 3}$

## Hoofdstuk 2

# Breuken

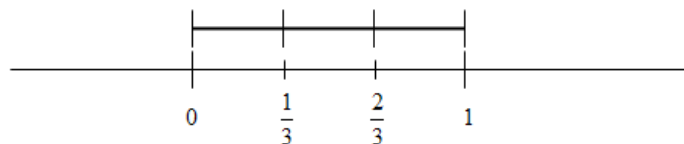
### 2.1 De breuk

Hieronder zie je hoe je op een getallenlijn de deling  $\frac{6}{3}$  je kunt voorstellen.



Het deel van de getallenlijn vanaf 0 tot en met 6 is in drie gelijke delen verdeeld. Ieder deel heeft de lengte 2 en het eerste deel loopt van 0 tot en met 2, precies het getal  $2 = \frac{6}{3}$ .

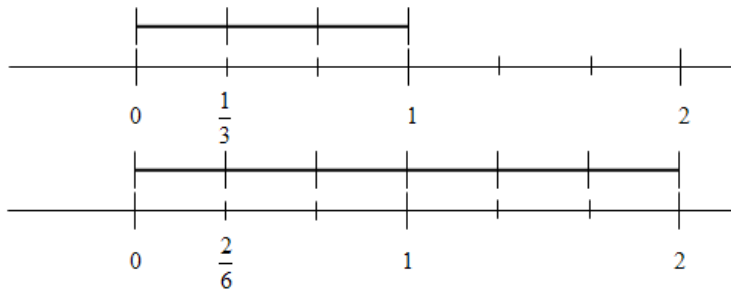
Zoals  $\frac{6}{3}$  kun je ook van de deling  $\frac{1}{3}$  een voorstelling maken:



De uitkomst van de deling  $\frac{1}{3}$  noemen we de breuk  $\frac{1}{3}$ . Het getal 1 in de breuk heet de *teller*. Het getal 3 in de breuk heet de *noemer*.

Twee breuken met dezelfde noemer heten *gelijknamige breuken*.

Dat  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  kun je in het volgende plaatje zien:



Gevolg:

Als je de teller en de noemer van een breuk door hetzelfde getal (niet nul) deelt dan blijft de waarde van die breuk gelijk.

Als je de teller en de noemer van een brei met hetzelfde getal (niet nul) vermenigvuldigt dan blijft de waarde van die breuk gelijk.

Een breuk *vereenvoudig* je door de teller en de noemer door hetzelfde (meestal gehele) getal te delen.

Met de uitdrukking  $3\frac{3}{4}$  bedoelen we  $3 + \frac{3}{4}$

Voor  $3\frac{3}{4}$  kunnen we ook  $\frac{15}{4}$  schrijven.

## 2.2 Opgaven

### Som 46

Laat met een getallenlijn zien:

- a.  $\frac{10}{5} = 2$
- b.  $\frac{10}{2} = 5$
- c.  $\frac{-8}{4} = -2$
- d.  $\frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$
- e.  $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

### Som 47

Vereenvoudig de volgende breuken zover mogelijk:

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a. $\frac{4}{20}$  | e. $\frac{-8}{12}$  |
| b. $\frac{5}{30}$  | f. $\frac{48}{64}$  |
| c. $\frac{15}{18}$ | g. $\frac{40}{60}$  |
| d. $\frac{-9}{12}$ | h. $\frac{-30}{45}$ |



**Som 48**

Vereenvoudig

a.  $\frac{12}{21}$

b.  $\frac{16}{24}$

c.  $\frac{7}{7}$

d.  $\frac{11}{33}$

e.  $\frac{40}{15}$

f.  $\frac{8}{34}$

g.  $\frac{46}{13}$

h.  $\frac{48}{16}$

**Som 49**

Vereenvoudig

a.  $\frac{60}{16}$

b.  $\frac{44}{16}$

c.  $\frac{44}{6}$

d.  $\frac{144}{12}$

e.  $\frac{144}{24}$

f.  $\frac{303}{202}$

g.  $\frac{46}{184}$

h.  $\frac{25}{172}$

**Som 50**

Vul het ontbrekende getal in:

a.  $\frac{4}{13} = \frac{\dots}{91}$

b.  $\frac{1}{6} = \frac{\dots}{66}$

c.  $\frac{7}{10} = \frac{\dots}{70}$

d.  $\frac{7}{23} = \frac{\dots}{46}$

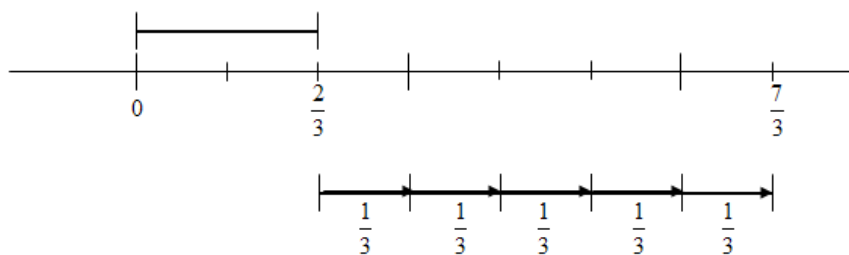
e.  $\frac{7}{23} = \frac{21}{\dots}$

f.  $2\frac{3}{4} = \frac{\dots}{32}$

g.  $4\frac{5}{6} = \frac{\dots}{96}$

h.  $\frac{7}{9} = \frac{63}{\dots}$

## 2.3 Optellen van breuken



Om twee breuken, waarvan de *noemers* gelijk zijn, op te tellen moet je de *tellers* van die breuken bij elkaar optellen en de noemers blijven gelijk.

Voorbeeld

Om  $\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$  uit te rekenen moeten de breuken eerst gelijknamig gemaakt worden:

$$\frac{2}{4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Dus:

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

Voorbeeld:

Bereken  $1\frac{2}{3} + 3\frac{3}{5}$

Uitwerking:

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$3\frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

Dus:

$$\frac{5}{3} + \frac{18}{5} = \frac{25}{15} + \frac{54}{15} = \frac{79}{15} = 5\frac{4}{15}$$

## 2.4 Opgaven

**Som 51**

Leg uit hoe je  $\frac{4}{5} + \frac{5}{8}$  uitrekent.

**Som 52**

Bereken

a.  $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$

b.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

c.  $1\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

d.  $\frac{1}{8} + \frac{1}{2}$

e.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{8}$

f.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$

g.  $1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

h.  $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6}$

**Som 53**

Bereken

a.  $1\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

b.  $1\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$

c.  $1\frac{1}{9} + \frac{5}{6}$

d.  $2\frac{1}{9} + \frac{3}{4}$

e.  $2\frac{3}{4} + 2\frac{7}{9}$

f.  $1\frac{1}{4} + 2\frac{4}{5}$

g.  $\frac{5}{6} + 1\frac{1}{7}$

h.  $\frac{1}{7} + \frac{1}{8}$

**Som 54**

Bereken

a.  $6\frac{1}{3} + 1\frac{4}{21}$

b.  $8\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$

c.  $4\frac{1}{6} + \frac{1}{30}$

d.  $\frac{1}{25} + \frac{1}{100}$

e.  $2\frac{1}{2} + \frac{1}{100}$

f.  $1\frac{5}{6} + \frac{7}{30}$

g.  $6\frac{1}{7} + 7\frac{1}{6}$

h.  $5\frac{8}{11} + 1\frac{4}{55}$

**Som 55**

Bereken

a.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

b.  $1\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

c.  $\frac{1}{8} + \frac{1}{2}$

d.  $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$

e.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{8}$

f.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$

g.  $1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

h.  $1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

**Som 56**

Bereken

a.  $\frac{2}{15} + \frac{3}{5}$

b.  $\frac{2}{15} + \frac{5}{6}$

c.  $\frac{2}{15} + \frac{7}{10}$

d.  $2\frac{1}{5} + \frac{5}{9}$

e.  $1 + \frac{7}{13}$

f.  $\frac{3}{8} + 1\frac{1}{2}$

g.  $1\frac{5}{24} + 2\frac{7}{12}$

h.  $1\frac{9}{13} + 2\frac{4}{39}$

**Som 57**

Bereken

a.  $6\frac{1}{3} + 1\frac{4}{21}$

b.  $8\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$

c.  $4\frac{1}{6} + \frac{1}{30}$

d.  $\frac{1}{25} + \frac{1}{100}$

e.  $\frac{7}{25} + \frac{1}{10}$

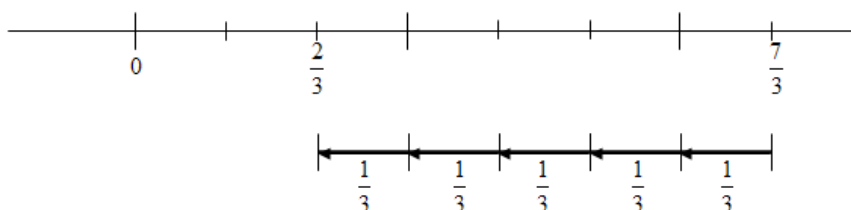
f.  $2\frac{1}{2} + \frac{7}{100}$

g.  $\frac{1}{60} + \frac{7}{30}$

h.  $\frac{2}{5} + \frac{7}{30}$

## 2.5 Aftrekken van breuken

Hieronder zie je op een getallenlijn de voorstelling van  $\frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$ .



Om twee breuken, waarvan de noemer gelijk is, van elkaar af te trekken moet je de *tellers* van die breuken van elkaar aftrekken en de noemers blijven gelijk.

## 2.6 Opgaven

### Som 58

Maak de tekening met een getallenlijn om te laten zien dat  $\frac{2}{3} - \frac{7}{3} = -\frac{5}{3}$ .

### Som 59

Bereken

a.  $\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$

e.  $\frac{14}{19} - \frac{5}{19}$

b.  $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$

f.  $\frac{5}{19} - 1\frac{14}{19}$

c.  $\frac{2}{7} - \frac{6}{7}$

g.  $1\frac{3}{7} - \frac{5}{7}$

d.  $\frac{7}{15} - \frac{13}{15}$

h.  $2\frac{3}{7} - 1\frac{6}{7}$

### Som 60

Bereken

a.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

e.  $\frac{1}{3} - 1\frac{1}{5}$

b.  $\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$

f.  $\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3}$

c.  $1\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

g.  $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} - 1$

d.  $1\frac{1}{5} - \frac{1}{3}$

h.  $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

**Som 61**

Bereken

a.  $\frac{1}{7} - \frac{1}{14}$

b.  $1\frac{1}{14} - \frac{1}{7}$

c.  $2\frac{3}{14} - \frac{1}{7}$

d.  $4\frac{5}{6} - \frac{7}{8}$

e.  $\frac{11}{12} - \frac{11}{24}$

f.  $2\frac{11}{24} - \frac{11}{12}$

g.  $1\frac{3}{8} - \frac{5}{12}$

h.  $\frac{3}{8} - \frac{5}{12}$

**Som 62**

Bereken

a.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

b.  $1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

c.  $\frac{1}{8} - \frac{1}{2}$

d.  $\frac{1}{8} - \frac{1}{4}$

e.  $\frac{2}{3} - \frac{1}{8}$

f.  $\frac{2}{3} - \frac{5}{8}$

g.  $1\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

h.  $1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

**Som 63**

Bereken

a.  $\frac{2}{15} - \frac{3}{5}$

b.  $\frac{2}{15} - \frac{5}{6}$

c.  $\frac{2}{15} - \frac{7}{10}$

d.  $2\frac{1}{5} - \frac{5}{9}$

e.  $1 - \frac{7}{13}$

f.  $\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2}$

g.  $1\frac{5}{24} - 2\frac{7}{12}$

h.  $1\frac{9}{13} - 2\frac{4}{39}$

**Som 64**

Bereken

a.  $6\frac{1}{3} - 1\frac{4}{21}$

b.  $8\frac{2}{3} - \frac{1}{30}$

c.  $4\frac{1}{6} - \frac{1}{30}$

d.  $\frac{1}{25} - \frac{1}{100}$

e.  $\frac{7}{25} - \frac{1}{10}$

f.  $2\frac{1}{2} - \frac{7}{100}$

g.  $\frac{1}{60} - \frac{7}{30}$

h.  $\frac{2}{5} - \frac{7}{30}$

## 2.7 Vermenigvuldigen van breuken

Voor de vermenigvuldiging van de breuken  $\frac{2}{5}$  en  $\frac{3}{7}$  maken we de volgende afspraak:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Twee breuken vermenigvuldig je door: teller  $\times$  teller en noemer  $\times$  noemer.

Zo is:

$$\begin{aligned} 2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{5} &= \\ \frac{8}{3} \times \frac{16}{5} &= \\ \frac{128}{15} &= \\ 8\frac{8}{15} \end{aligned}$$

Een geheel getal zoals 4 kun je ook al een breuk zien:  $\frac{4}{1}$ .  
Dan is  $4 \times \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

## 2.8 Opgaven

### Som 65

Bereken en vereenvoudig het antwoord

a.  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

e.  $\frac{5}{9} \times \frac{9}{25}$

b.  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}$

f.  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

c.  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{7}$

g.  $\frac{7}{11} \times \frac{11}{25}$

d.  $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3}$

h.  $\frac{7}{11} \times \frac{13}{23}$

### Som 66

Bereken en vereenvoudig het antwoord

a.  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$

e.  $\frac{0}{3} \times \frac{4}{7}$

b.  $\frac{1}{6} \times \frac{5}{6}$

f.  $\frac{3}{8} \times \frac{9}{16}$

c.  $\frac{1}{6} \times \frac{6}{5}$

g.  $\frac{3}{8} \times \frac{16}{9}$

d.  $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$

h.  $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$

### Som 67

Bereken en vereenvoudig het antwoord

a.  $1\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$

b.  $2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{5}$

c.  $3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{13}$

d.  $1\frac{7}{13} \times 3\frac{1}{4}$

e.  $2\frac{1}{6} \times 2\frac{1}{6}$

f.  $1\frac{1}{3} \times 2\frac{5}{8}$

g.  $\frac{6}{7} \times 1\frac{5}{9}$

h.  $1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{2}$



## 2.9 Delen van breuken

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = 4$$

Want

$$4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

Als we de uitdrukking

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}}$$

ook als breuk beschouwen, dan weten we dat we de teller en de noemer met hetzelfde getal mogen vermenigvuldigen:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{2} \times 8}{\frac{1}{8} \times 8} = \frac{\frac{1}{2} \times 8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

Belangrijk is het stukje:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} \times 8$$

Daarom zeggen we:

Delen door een breuk (hier  $\frac{1}{8}$  levert hetzelfde antwoord als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk ( $\frac{8}{1} = 8$ ) Zo is dus:

$$\frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

## 2.10 Opgaven

### Som 68

Bereken

a.  $\frac{\frac{1}{2}}{3}$

e.  $\frac{\frac{4}{7}}{3}$

b.  $\frac{\frac{1}{2}}{3}$

f.  $\frac{1\frac{1}{2}}{3}$

c.  $\frac{\frac{3}{4}}{3}$

g.  $\frac{2\frac{2}{3}}{3}$

d.  $\frac{\frac{2}{3}}{3}$

h.  $\frac{-2\frac{2}{3}}{3}$

### Som 69

Ontbind in factoren

a.  $\frac{6}{2\frac{1}{2}}$

b.  $\frac{6}{2\frac{4}{7}}$

c.  $\frac{3}{1\frac{1}{5}}$

d.  $\frac{2}{4\frac{1}{6}}$

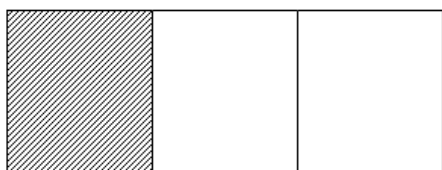
e.  $\frac{5}{4\frac{1}{6}}$

f.  $\frac{8}{\frac{1}{4}}$

g.  $\frac{8}{\frac{3}{4}}$

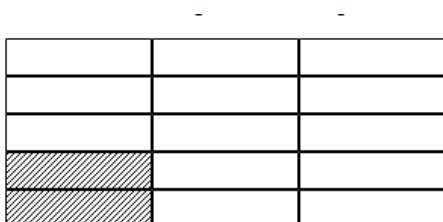
h.  $\frac{8}{\frac{4}{5}}$

## 2.11 Een deel van een deel



en rechthoek gearceerd:

Hieronder is van het  $\frac{1}{3}$  deel nu het  $\frac{2}{5}$  deel gearceerd:



Het gearceerde deel is het  $\frac{2}{15}$  deel van de oorspronkelijke rechthoek. Dus het  $\frac{1}{3}$  deel van het  $\frac{2}{5}$  deel is het  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$  deel van het geheel.

## 2.12 Opgaven

### Som 70

Bereken wel deel van het geheel is:

- $\frac{1}{3}$  deel van het  $\frac{1}{4}$  deel.
- $\frac{3}{5}$  deel van het  $\frac{1}{3}$  deel.
- $\frac{2}{7}$  deel van de helft.
- $\frac{1}{5}$  deel van het  $\frac{1}{5}$  deel.
- $\frac{2}{5}$  deel van het  $\frac{2}{5}$  deel.

## 2.13 Decimale schrijfwijze

In het getal 235 staat  
 de 2 voor 200  
 de 3 voor 30  
 de 5 voor 5

Zo kunnen we  $\frac{2}{10}$  schrijven als 0,2.  $\frac{2}{100}$  als 0,02,  $\frac{2}{1000}$  als 0,002.

En zo verder.

Willen we  $\frac{1}{4}$  schrijven als decimale breuk, dan moeten we bepalen hoeveel tienden, hondersten, duizenden,..., er in  $\frac{1}{4}$  gaan.

Om uit te rekenen hoeveel tienden er in  $\frac{1}{4}$  gaan, delen we  $\frac{1}{4}$  door  $\frac{1}{10}$ :

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{4} \times 10 = 2\frac{1}{2}$$

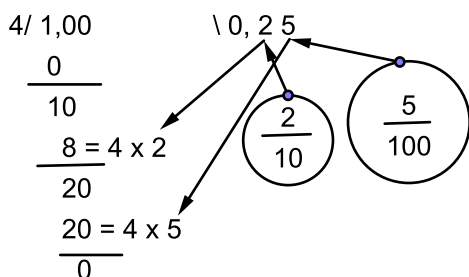
Er gaan dus  $\frac{2}{10}$  in  $\frac{1}{4}$  en je houdt nog:

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{10} = \frac{25}{100} - \frac{20}{100} = \frac{5}{100}$$

Dus

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

Een staartdeling is de korte, misschien bekende manier van opschrijven van het proces hierboven:



## 2.14 Opgaven

Som 71

Schrijf de volgende breuken in de decimale schrijfwijze

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a. $\frac{3}{8}$   | e. $\frac{23}{32}$ |
| b. $\frac{11}{16}$ | f. $\frac{4}{41}$  |
| c. $\frac{7}{16}$  | g. $\frac{3}{7}$   |
| d. $\frac{1}{2}$   | h. $\frac{5}{43}$  |

**Som 72**

Schrijf de volgende breuken in de decimale schrijfwijze

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a. $\frac{5}{8}$   | e. $\frac{23}{12}$ |
| b. $\frac{13}{16}$ | f. $\frac{4}{53}$  |
| c. $\frac{7}{23}$  | g. $\frac{3}{7}$   |
| d. $\frac{1}{7}$   | h. $\frac{5}{57}$  |

**Som 73**

Schrijf de volgende getallen als een breuk

- |         |           |
|---------|-----------|
| a. 0,45 | e. 0,72   |
| b. 0,54 | f. 0,65   |
| c. 0,30 | g. 0,3030 |
| d. 0,75 | h. 0,1875 |

## 2.15 Procenten

De oorsprong van het woord pro-cent is *per honderd*

Als je leest:  $\frac{1}{4}$  is *1 per 4*, dan is *1 per 4* gelijk aan *25 per 100*. Het aantal per 100 is het *percentage*

Dus  $\frac{1}{4} = 25\%$

Om een breuk, zoals hier  $\frac{1}{4}$  in de vorm van procenten te schrijven, kun je als volgt te werk gaan:

- schrijf de breuk (hier  $\frac{1}{4}$ ) in decimale vorm: 0,25
- dit betekent  $\frac{25}{100}$
- en dus is  $\frac{1}{4} = 25\%$

Zo is 35% van 83 is dus

$$\frac{35}{100} \times 83 = 0,35 \times 83 = 29,05$$

## 2.16 Opgaven

### Som 74

Schrijf de volgende breuken als procenten

a.  $\frac{1}{2}$

e.  $\frac{3}{4}$

b.  $\frac{1}{8}$

f.  $\frac{5}{16}$

c.  $\frac{1}{3}$

g.  $\frac{4}{10}$

d.  $\frac{2}{7}$

h.  $\frac{4}{9}$

### Som 75

Schrijf de volgende breuken als procenten

a.  $\frac{2}{5}$

e.  $\frac{3}{2}$

b.  $\frac{5}{12}$

f.  $\frac{7}{16}$

c.  $\frac{2}{3}$

g.  $\frac{8}{10}$

d.  $\frac{5}{7}$

h.  $\frac{2}{9}$

### Som 76

Schrijf de volgende percentages als breuk

- |         |          |
|---------|----------|
| a. 10%  | e. 45%   |
| b. 15 % | f. 12,5% |
| c. 25%  | g. 65%   |
| d. 40%  | h. 83%   |

**Som 77**

Bereken

- |                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| a. 5% van 27    | e. 83% van 839     |
| b. 8% van 120   | f. 124% van 748    |
| c. 14% van 746  | g. 210 % van 3748  |
| d. 36 % van 847 | h. 0,12 % van 0,25 |

**Som 78**

Hoeveel procent is:

- |               |                 |
|---------------|-----------------|
| a. 2 van 3    | e. 78 van 183   |
| b. 3 van 2    | f. 183 van 78   |
| c. 20 van 50  | g. 0,34 van 8   |
| d. 20 van 500 | h. 9,2 van 8,73 |

**Som 79**

De prijs en de korting in procenten van de prijs zijn gegeven. Bereken de nieuwe prijs:

- |                                            |                                                |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------|
| a. De prijs is 23 euro. De korting is 12%  | e. De prijs is 2 euro. De korting is 11,2%     |
| b. De prijs is 123 euro. De korting is 15% | f. De prijs is 23,34 euro. De korting is 12,4% |
| c. De prijs is 343 euro. De korting is 38% | g. De prijs is 2304 euro. De korting is 62,5%  |
| d. De prijs is 533 euro. De korting is 63% | h. De prijs is 5423 euro. De korting is 17,1%  |

**Som 80**

De prijs en de verhoging in procenten van de prijs zijn gegeven, bereken de nieuwe prijs:

- |                                              |                                              |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| a. De prijs is 23 euro. De verhoging is 12%  | c. De prijs is 343 euro. De verhoging is 38% |
| b. De prijs is 123 euro. De verhoging is 15% | d. De prijs is 533 euro. De verhoging is 63% |

- |                                                  |                                                 |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| e. De prijs is 2 euro. De verhoging is 11,2%     | g. De prijs is 2304 euro. De verhoging is 62,5% |
| f. De prijs is 23,34 euro. De verhoging is 12,4% | h. De prijs is 5423 euro. De verhoging is 17,1% |

**Som 81**

De nieuwe prijs en de verhoging in procenten van de oude prijs zijn gegeven. Bereken de oude prijs:

- |                                                      |                                                          |
|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| a. De nieuwe prijs is 23 euro. De verhoging was 12%  | e. De nieuwe prijs is 2 euro. De verhoging was 11,2%     |
| b. De nieuwe prijs is 123 euro. De verhoging was 15% | f. De nieuwe prijs is 23,34 euro. De verhoging was 12,4% |
| c. De nieuwe prijs is 343 euro. De verhoging was 38% | g. De nieuwe prijs is 2304 euro. De verhoging was 62,5%  |
| d. De nieuwe prijs is 533 euro. De verhoging was 63% | h. De nieuwe prijs is 5423 euro. De verhoging was 17,1%  |

**Som 82**

De nieuwe prijs en de korting in procenten van de oude prijs zijn gegeven. Bereken de oude prijs:

- |                                                    |                                                        |
|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| a. De nieuwe prijs is 23 euro. De korting was 12%  | e. De nieuwe prijs is 2 euro. De korting was 11,2%     |
| b. De nieuwe prijs is 123 euro. De korting was 15% | f. De nieuwe prijs is 23,34 euro. De korting was 12,4% |
| c. De nieuwe prijs is 343 euro. De korting was 38% | g. De nieuwe prijs is 2304 euro. De korting was 62,5%  |
| d. De nieuwe prijs is 533 euro. De korting was 63% | h. De nieuwe prijs is 5423 euro. De korting was 17,1%  |



## Hoofdstuk 3

# Korter schrijven

$$7 + 7 + 7 + 7 = 4 \times 7$$

$$8 + 8 + 8 + 8 = 4 \times 8$$

$$-9 + -9 + -9 + -9 = 4 \times -9$$

Zoals de drie regels hierboven kunnen we er nog veel meer opschrijven. Behalve 7 of 8 of 9 kun je ieder getal kiezen. Ook 123:

$$123 + 123 + 123 + 123 = 4 \times 23$$

Merk op:

Er wordt niets uitgerekend, maar alleen wordt  $7 + 7 + 7 + 7$  korter geschreven.

Omdat het er niet toe doet welk getal je kiest kunnen we ook opschrijven:

$a + a + a + a = 4 \times a$  Zo'n uitdrukking betekent: welk getal je ook voor  $a$  invult, of het 7 of 8 of 9 of 123 is, altijd is  $a + a + a + a = 4 \times a$ .

Notatie:

In plaats van het  $\times$ -teken wordt ook wel eens een  $\cdot$  gebruikt. Maar meestal schrijft men bij een vermenigvuldiging helemaal niets tussen een getal en een letter.

Dus:  $a + a + a + a = 4 \times a = 4 \cdot a = 4a$

### 3.1 Opgaven

#### Som 83

Schrijf korter:

a.  $6 + 6$

b.  $6 + 6 + 6$

c.  $6 + 6 + 6 + 6$

d.  $12 + 12 + 12$

e.  $\underbrace{15 + 15 + 15 + \dots + 15}_{12\text{keer}}$

f.  $\underbrace{12 + 12 + 12 + \dots + 12}_{15\text{keer}}$

g.  $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

h.  $7 + 7 + 7 + 7$

**Som 84**

Schrijf korter:

a.  $a + a + a$

b.  $a + a + a + a$

c.  $a + a$

d.  $a + a + a + a + a$

e.  $b + b + b + b$

f.  $p + p + p$

g.  $x + x + x + x + x$

h.  $\underbrace{y + y + \dots + y}_{100\text{keer}}$

**Som 85**Bereken voor  $a = 4$  :

a.  $a + a + a$

b.  $a + a$

c.  $a + a + a + a$

d.  $\underbrace{a + a + \dots + a}_{30\text{keer}}$

e.  $4a$

f.  $5a$

g.  $12a$

h.  $130a$

**Som 86**

Bereken:

a.  $4a$  voor  $a = 5$

b.  $3a$  voor  $a = -2$

c.  $2a$  voor  $a = -5$

d.  $5a$  voor  $a = -8$

e.  $6a$  voor  $a = 8$

f.  $8a$  voor  $a = 2\frac{1}{2}$

g.  $4a$  voor  $a = -2\frac{1}{2}$

h.  $10a$  voor  $a = -3\frac{1}{2}$

## 3.2 Optellen met letters

$4a$  betekent  $a + a + a + a$

$5a$  betekent  $a + a + a + a + a$

Dus  $4a + 5a = a + a + a + a + a + a + a + a + a + a = 9a$

Net zo is:

$$20a + 30a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{20\text{keer}} + \underbrace{a + a + \dots + a}_{30\text{keer}} = \underbrace{a + a + \dots + a}_{50\text{keer}} = 50a$$

## 3.3 Opgaven

### Som 87

Bereken (schrijf korter):

a.  $5a + 7a$

e.  $4x + 8x$

b.  $5a + 12a$

f.  $x + 18x$

c.  $8a + a$

g.  $38x + 57x$

d.  $12a + 17a$

h.  $14x + 7$

### Som 88

Bereken:

a.  $5p + 10p$

e.  $7q + 15q$

b.  $21p + 21p$

f.  $3q + 8q$

c.  $3p + 5p$

g.  $12q + 48q$

d.  $2p + p$

h.  $9q + 16q$

### Som 89

Bereken:

a.  $7a + 6a + 4a$

e.  $14q + 36q + 11q$

b.  $8a + a + 10a$

f.  $9q + 9q + 18q$

c.  $9x + 19x + 29x$

g.  $5m + 16m + 25m$

d.  $6p + 23p + 14p$

h.  $2z + z + z$

### Som 90

Bereken:

a.  $4x + 12x + 15x + 8x$

b.  $15b + 14b + 13b + 12b$

c.  $18y + 24y + 30y + 36y$

d.  $p + 2p + 3p + 4p$

e.  $12a + 12a + a + 5a$

f.  $6z + 16z + 26z + 36z$

g.  $8p + 6p + 4p + 2p$

h.  $16m + 33m + 9m + 15m$

**Som 91**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $7a + -3a + -4a$

b.  $-3b + -4b + -5b$

c.  $3c + -3c + 0c$

d.  $4d + -5d + 6d$

e.  $-p + -2p + -3p$

f.  $-3q + 4q + -5q$

g.  $-2x + -2x + -2x$

h.  $-5y + -5y + -5y$

**Som 92**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $17a + 24a + -11a + 1a$

b.  $6b + -4b + -9b + 2b$

c.  $-14c + 7c + 11c + 2c$

d.  $-3d + 9d + -7d + 5d$

e.  $3p + 28p + -7p + -4p$

f.  $12q + -10q + -6q + 4q$

g.  $19x + 38x + -64x + 25x$

h.  $-18y + -75y + 12y - 21y$

**Som 93**

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $9a + -5a + -3a$

b.  $-6b + 9b + 5b$

c.  $-6c + 19c + 5c$

d.  $4d + -11d + 8d$

e.  $15p + -3p + 11p$

f.  $10q + 5q - 4q$

g.  $7x + 12x + -6x$

h.  $4y + 19y + -11y$

**3.4 Meer letters**

De uitdrukking  $a + b$  kun je niet korter schrijven.

$a + b$  betekent dat je de getallen  $a$  en  $b$  bij elkaar wilt optellen als je weet hoe groot de getallen  $a$  en  $b$  zijn.

De uitdrukking  $a + a + a + b + b + a + b$  kun je wel korter schrijven:

$$a + a + a + b + b + a + b = 4a + 3b.$$

Zo is dus  $4a + 8a + 6b + 9b = 12a + 15b$ .

## 3.5 Opgaven

### Som 94

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $7a + -3b + -4a$

b.  $-3a + -4a + -5b$

c.  $3a + -3a + 0b$

d.  $4a + -5b + 6a$

e.  $-1a + -2b + -3b$

f.  $-3x + 4x + -5y$

g.  $-2x + -2y + -2y$

h.  $-5x + -5y + -5x$

### Som 95

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $17a + 24a + -11b + b$

b.  $6a + -4b + -9a + 2b$

c.  $-14a + 7 + 11a + 2$

d.  $-3a + 9b + -7b + 5a$

e.  $3a + 28 + -7a + -4b$

f.  $12a + -10b + -6a + 4b$

g.  $19a + 38a + -64a + 25b$

h.  $-18a + -75b + 12b + -21b$

### Som 96

Schrijf de opgave over en bereken:

a.  $9x + -5y + -3y$

b.  $-6x + 9x + 5y$

c.  $-6x + 19y + 5y$

d.  $4x + -11x + 8y$

e.  $15y + -3y + 11x$

f.  $10x + 5x - 4$

g.  $7x + 12 + -6x$

h.  $4y + 19y + -11$

### Som 97

Bereken (schrijf korter):

a.  $3a + 7a + 5b + 8b$

b.  $12x + 8y + 2y + 4x$

c.  $7p + 5q + 15p + 17q$

d.  $13n + 5 + 8 + 2n$

e.  $14p + p + 8q + 11q$

f.  $7 + y + 8 + y$

g.  $43a + 16b + 27b + 8a$

h.  $17c + 30c + 8d + 17d$

### Som 98

Bereken (schrijf korter):

a.  $4x + 3x + 6y + 5x + y$

b.  $9a + 3a + 5b + 6a + 12a$

c.  $17m + 12m + 15m + 11n + 10n$

d.  $28q + 17 + 3q + 15q + 23$

e.  $12a + 15 + 26a + 8 + 25a$

f.  $6p + 4q + 9q + 12p + 5p$

g.  $p + 10q + p + 10q + p$

h.  $6x + 5x + 13x + 8y + 7x$

**Som 99**

Bereken:

a.  $4a + 3b$  als  $a = 2$  en  $b = 3$

b.  $2a + 5b$  als  $a = 3$  en  $b = -2$

c.  $3a + 4b$  als  $a = -2$  en  $b = -3$

d.  $5a + 8b$  als  $a = -1$  en  $b = 0$

e.  $12a + 15 + 26a + 8 + 25a$  als  $a = 2$

f.  $6p + 4q + 9q + 12p + 5p$  als  $p = -2$  en  $q = 3$

g.  $p + 10q + p + 10q + p$  als  $p = -1$  en  $q = 1$

h.  $6x + 5x + 13x + 8y + 7x$  als  $x = -1$  en  $y = 0$

## Hoofdstuk 4

# Rekenen met letters

Twee getallen heten elkaars tegengestelde als hun som nul is.

De getallen 7 en  $-7$  zijn dus elkaars tegengestelde:  $7 + (-7) = 0$

Zo zijn de getallen  $a$  en  $-a$  ook elkaars tegengestelde:  $a + (-a) = 0$

Zo zijn ook  $3a$  en  $3(-a)$  elkaars tegengestelde want:

$3a = a + a + a$  en  $3(-a) = -a + -a + -a$  en  $a + a + a + -a + -a + -a = 0$

Omdat  $3(-a) = -3a$  geldt:  $3a + -3a = 0$ . Dus het tegengestelde van  $3a$  is  $-3a$

Voorbeelden:

$$-3a + 8a = 5a$$

$$8a + -3a = 5a$$

### 4.1 Opgaven

**Som 100**

Bereken:

a.  $-3a + 8a$

b.  $6a + -7a$

c.  $-5p + -4p$

d.  $-9p + 6p$

e.  $16x + -15x$

f.  $23x + -24x$

g.  $-x + -5x$

h.  $x + -7x$

**Som 101**

Los op:

a.  $13m + -6m$

b.  $-4p + -4p$

c.  $2x + -2x$

d.  $7a + -a$

e.  $-11b + -7b$

f.  $5k + -5k$

g.  $-8k + 9k$

h.  $-10z + -10z$

**Som 102**

Bereken:

a.  $6a + -5a + -4a$

b.  $-3a + 7a + -4a$

c.  $8p + -10p + 7p$

d.  $9x + 4x + -7x$

e.  $4q + -4q + 4q$

f.  $7a + -3a + -5a$

g.  $-6x + -6x + -6x$

h.  $-4p + -4p + 8p$

**Som 103**

Bereken:

a.  $17x + 24x + -11x + x$

b.  $6b + -4b + -9b + 2b$

c.  $-14a + 7a + 11a + 2a$

d.  $-3 + 9 + -7 + 5$

e.  $3p + 28p + -7p + -4p$

f.  $12q + -10q + -6q + 4q$

g.  $19 + 38 + -64 + 25$

h.  $-18x + -75x + 12x + -21x$

**Som 104**

Bereken:

a.  $7p + -4p + 3q$

b.  $-8x + 12x + 5y$

c.  $13a + 5b + -5a$

d.  $-4p + 12p + 5$

e.  $8x + 15 + -7$

f.  $9a + -5a + 4b$

g.  $16p + 11q + -8p$

h.  $14p + 17 + -8$



## 4.2 Aftrekken

Zoals  $7a + 3a = 10a$  is  $10a - 7a = 3a$  Omdat  $10a + -3a = 7a$  zeggen we *afrekken is optellen met het tegengestelde*.

## 4.3 Opgaven

### Som 105

Bereken:

a.  $8a - 3a$

b.  $6a - 7a$

c.  $-5p - 4p$

d.  $-9p + 6p$

e.  $16x - 15x$

f.  $23x - 24x$

g.  $-x - 5x$

h.  $x - 7x$

### Som 106

Bereken:

a.  $4q - 5q$

b.  $6p - 12p$

c.  $-4x - 8x$

d.  $-6a - 3a$

e.  $-4y + 12y$

f.  $-9p - 9p$

g.  $5x - 5x$

h.  $-7z + 4z$

### Som 107

Bereken:

a.  $3q - -5q$

b.  $5p - 11p$

c.  $5p - -11p$

d.  $-5p - 11p$

e.  $11p - 5p$

f.  $-11p - 5p$

g.  $-11p - -5p$

h.  $-5p - -11p$

### Som 108

Bereken:

a.  $11q - 10q$

b.  $17c + -12c$

c.  $28z - -15z$

d.  $-19a + -15a$

e.  $14b - 17b$

f.  $-12q + -6q$

g.  $p + -5p$

h.  $4a - -5a$

**Som 109**

Bereken:

a.  $16c - 11c$

b.  $-23x - 16x$

c.  $-18z - -z$

d.  $-a + -4a$

e.  $15p + -14p$

f.  $-q - q$

g.  $6a - -5a$

h.  $-17z - -17z$

**Som 110**

Bereken:

a.  $13a - 15a + 6a$

b.  $4x - -3x - 2x$

c.  $-6p + 3p - 5p$

d.  $12q - 10q - 9q$

e.  $6d - 8d + -5d$

f.  $-10y - 7y - 4y$

g.  $-2b + -14b - 8b$

h.  $7a - 8a - -a$

**Som 111**

Bereken:

a.  $5q - -4q + 3q$

b.  $-6a - 8a - -10a$

c.  $22x + -18x - 16x$

d.  $12p - 8p + 7p$

e.  $16b - -11b - 14b$

f.  $9y + 13y - 12y$

g.  $-4x - 16x + 7x$

h.  $6a - -9a + -4a$

**Som 112**

Bereken:

a.  $14a + 8b - 6a - 3b$

b.  $11p - 5q - 8p + 2q$

c.  $-3x + 5y - 4x - 7y$

d.  $8m - 16n - 14n + 4n$

e.  $7c - 9d + 6c + 8d$

f.  $14x - 17x - 6y + 11y$

g.  $8a - 14b - 9b - a$

h.  $-6p - 7q - 8q - 9p$

**Som 113**

Bereken:

a.  $9c - 4d - -3c + 11d$

b.  $6a - 5 - 19 - 6a$

c.  $-7x + -7y - 5x - -5y$

d.  $12p - 12q - 17p + 17q$

e.  $6y - -7x - 3x - 2y$

f.  $14p + 18q - -q + -4p$

g.  $-2b - 8c - 4b + 2c$

h.  $4x - 9x - -y - y$

**Som 114**

Bereken:

a.  $14p - 8q - -6p + 5p - 3q$

b.  $5 + 5z - 7 - -4 - 13$

c.  $4x - -4x + -7y - 5y - x$

d.  $11b - 16a - -3a + 2a - 4b$

e.  $3q - 11 - -q - 5q + -2q$

f.  $16m - 14m - 11m - 7n + 13n$

g.  $8y - 6z - -4y - 6z + y$

h.  $a - 4b - 9a - -4b + 8a$

**Som 115**

Schrijf de som over en bereken

a.  $4a + -8a$

b.  $18b - 11b$

c.  $-13c - 9c$

d.  $-10d + -15d$

e.  $11p - 19p$

f.  $-24q + 16q$

g.  $35x - -9x$

h.  $12y - 24y$

**Som 116**

Schrijf de som over en bereken

a.  $-7a - -7a$

b.  $16b - 14b$

c.  $29c + -19c$

d.  $23d - -11d$

e.  $-14p - 14p$

f.  $-20q + -10q$

g.  $16x - -1x$

h.  $0y - -8y$

**Som 117**

Schrijf de som over en bereken

a.  $12a - 13a$

b.  $-12b - 13b$

c.  $13c - -12c$

d.  $-12d - 13d$

e.  $-12p - -13p$

f.  $-12q + 13q$

g.  $12x + -13x$

h.  $-13y + -12y$

**Som 118**

Schrijf de som over en bereken

a.  $4a - -3a + -5a$

b.  $-9b - 16b - 11b$

c.  $-13c - -11c - 24c$

d.  $15d + -8d - 7d$

e.  $25p - 17p - -18p$

f.  $-14q - -11q - 13q$

g.  $7x - 38x - 15x$

h.  $11y + 19y - -10y$

**Som 119**

Schrijf de som over en bereken:

a.  $14a - 18a + 12a$

b.  $7b + -9b - 13b$

c.  $24c - -11c - 15c$

d.  $19d + 25d - 12d$

e.  $-33p - -14p - 1p$

f.  $-16q + 38q - -10q$

g.  $14x - 19x - -21x$

h.  $-12y + -15y - 15y$

**Som 120**

Schrijf de som over en bereken:

a.  $28a - 45a + 17a$

b.  $-12b - 15b - -8b$

c.  $6c - -2c - 2c$

d.  $-14d + 17d - -5d$

e.  $37p - 19p - -11p$

f.  $25q - -13q + 9q$

g.  $-8x - 8x - -8x$

h.  $7y - -13y - 17y$

**Som 121**

Bereken:

a.  $13a - 15a + 6a$  als  $a = 2$

b.  $4x - 3x - 2x$  als  $x = -1$

c.  $-6p + 3p - 5p$  als  $p = -3$

d.  $12q - 10q - 9q$  als  $q = 1$

e.  $6d - 8d + -5d$  als  $d = 0$

f.  $-10y - 7y - 4y$  als  $y = \frac{1}{2}$

g.  $-2b + -14b - 8b$  als  $b = 5$

h.  $7a - 8a - -a$  als  $a = 12$

**Som 122**

Bereken:

a.  $13a - 15a + 6b - 5b$  als  $a = 2$  en  $b = 1$

b.  $4x - 3y - 2x + 3y$  als  $x = -1$  en  $y = 2$

c.  $-6q + 3q - 5p + q$  als  $p = -3$  en  $q = -1$

d.  $12q - 10q - 9p - -p$  als  $p = 0$  en  $q = 1$

e.  $13a - 15a + 6b - 5b$  als  $a = 3$  en  $b = -1$

f.  $4x - 3y - 2x + 3y$  als  $x = -1$  en  $y = -2$

g.  $-6q + 3q - 5p + q$  als  $p = -3$  en  $q = -4$

h.  $12q - 10q - 9p - -p$  als  $p = 0$  en  $q = -1$

## 4.4 Het tegengestelde van $x+y$

Het tegengestelde van  $x + y$  is  $-(x + y)$  want  $(x + y) + -(x + y) = 0$

Maar:  $x + y + -x + -y = 0$ . Dus  $-(x + y) = -x + -y$  of  $-(x + y) = -x - y$ .

Zo is ook:

$$-(2x + 3y) = -2x - 3y$$

$$-(2x - 3y) = -2x + 3y$$

$$-(-2x - 3y) = 2x + 3y$$

$$5x + -(3x - 4y) = 5x - 3x + 4y = 2x + 4y$$

## 4.5 Opgaven

### Som 123

Schrijf zonder haakjes:

a.  $-(a + 2b)$

e.  $-(-3a - 3b)$

b.  $-(a - 2b)$

f.  $-(-2a + 3b)$

c.  $(a - 2b)$

g.  $-(4a - 2b)$

d.  $(a + 2b)$

h.  $-(-4a - 2b)$

### Som 124

Schrijf zonder haakjes:

a.  $-(2x + 3y)$

e.  $-(-4x - 5y)$

b.  $-(x - 2y)$

f.  $-(-3x + 4y)$

c.  $(x - 3y)$

g.  $-(5x - 3y)$

d.  $(x + 3y)$

h.  $-(-5x - 3y)$

### Som 125

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $4a - (2a + 2b)$

e.  $8b - (-3a - 3b)$

b.  $5b - (a - 2b)$

f.  $2a - (-2a + 3b)$

c.  $2a + (a - 2b)$

g.  $4a - (4a - 2b)$

d.  $6a + (a + 2b)$

h.  $-2b - (-4a - 2b)$

**Som 126**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $3a - (a + 2b) - 4b$

b.  $2a - (a - 2b) + 3a$

c.  $a + (a - 2b) - 4b$

d.  $4b + (a + 2b) - 2a$

e.  $-3a - (-3a - 3b) - 3b$

f.  $-2a + 3b - (-2a + 3b)$

g.  $b - (4a - 2b) - a$

h.  $a - (-4a - 2b) - b$

**Som 127**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $-(4x + 3y) - (-x + 2y)$

b.  $3p + -5q - (2p + q)$

c.  $6a - 5b - (2a - 4b)$

d.  $18 - (4c + 7) - (-14 - c)$

e.  $7q + 12p - (3p - 5q) - 4q$

f.  $5x - (4y - 6x) + -4x - 3y$

g.  $-4a - (4b - -4a)$

h.  $-(5k - 11) - (-12 + 7k) - 3k$

**Som 128**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $-(5x + 4y) - (-x + 3y)$

b.  $4p + -6q - (3p + q)$

c.  $7a - 6b - (3a - 5b)$

d.  $19 - (5c + 8) - (-15 - c)$

e.  $8q + 13p - (4p - 6q) - 5q$

f.  $6x - (5y - 7x) + -5x - 4y$

g.  $-5a - (5b - -5a)$

h.  $-(6k - 12) - (-13 + 8k) - 4k$

## 4.6 Vermenigvuldigen

$$3a = a + a + a$$

$$4 \cdot 3a = \underbrace{a + a + a}_3 + \underbrace{a + a + a}_3 + \underbrace{a + a + a}_3 + \underbrace{a + a + a}_3 = 12a$$

Anders:

$$3a = 3 \cdot a, \text{ dus } 4 \cdot 3 \cdot a = (4 \cdot 3) \cdot a = 12 \cdot a = 12a$$

$$\text{Daarom is } 3a \cdot 4b = 3 \cdot a \cdot 4 \cdot b = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot b = 12ab$$

## 4.7 Opgaven

### Som 129

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $12a.3$

e.  $3x.6y$

b.  $4x.7y$

f.  $2p.q$

c.  $6p.5$

g.  $a.8b$

d.  $8c.4d$

h.  $4m.20$

### Som 130

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $14a.3b$

e.  $5k.7$

b.  $8q.2p$

f.  $7p.3q$

c.  $17.3x$

g.  $11y.z$

d.  $5y.7z$

h.  $6a.4b$

### Som 131

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $5b. - 3c$

e.  $3a. - 3b$

b.  $-2p.7q$

f.  $-15x.6y$

c.  $-4x. - 6y$

g.  $12p. - 10q$

d.  $8m.8n$

h.  $9m. - 4$

### Som 132

Schrijf zo kort mogelijk:



a.  $14.3k$

b.  $-11p. - 6q$

c.  $10a.8b$

d.  $-5x.9y$

e.  $-2y.3x$

f.  $-6k. - 3m$

g.  $5z. - 7$

h.  $3b. - 2$

**Som 133**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $5a. - 2b. - 6c$

b.  $10x.5y. - 7z$

c.  $-4p.q. - 3r$

d.  $7m. - 8n. - 5$

e.  $-7x. - 5y. - 2z$

f.  $3p.8q. - 4$

g.  $-2a. - 9.4b$

h.  $17. - 2c. - 2d$

## 4.8 Delen

$$\frac{6a}{2} = 3a \text{ want } 2 \cdot 3a = 6a$$

$$\frac{6a}{2a} = 3 \text{ want } 2a \cdot 3 = 6a$$

Zo geldt ook:

$$\frac{ab}{a} = b$$

$$\frac{6ab}{2b} = 3a$$

$$\frac{6ab}{2ab} = 3$$

$$\frac{-12a}{3} = -4a$$

## 4.9 Opgaven

### Som 134

a.  $\frac{4a}{2}$

b.  $\frac{9b}{3}$

c.  $\frac{5c}{c}$

d.  $\frac{4p}{2p}$

e.  $\frac{12x}{x}$

f.  $\frac{18q}{6q}$

g.  $\frac{10m}{4}$

h.  $\frac{27a}{3a}$

### Som 135

a.  $\frac{16bc}{4b}$

b.  $\frac{24pq}{3q}$

c.  $\frac{12mn}{4}$

d.  $\frac{60ab}{10ab}$

e.  $\frac{48pq}{16q}$

f.  $\frac{25cd}{5c}$

g.  $\frac{18ap}{3}$

h.  $\frac{18ap}{3a}$

### Som 136

a.  $\frac{2x}{5x}$

b.  $\frac{4y}{xy}$

c.  $\frac{3pq}{3q}$

d.  $\frac{5a}{10ab}$

e.  $\frac{7pm}{7qm}$

f.  $\frac{16ab}{4ab}$

g.  $\frac{8a}{6b}$

h.  $\frac{15qr}{30q}$

**Som 137**

a.  $\frac{22pq}{33p}$

b.  $\frac{-17ad}{51d}$

c.  $\frac{14m}{-21m}$

d.  $\frac{-4a}{7b}$

e.  $\frac{40cd}{10c}$

f.  $\frac{-25a}{-75a}$

g.  $\frac{3p}{-6q}$

h.  $\frac{-15x}{30x}$

**Som 138**

a.  $\frac{16b}{-32ab}$

b.  $\frac{-10x}{40x}$

c.  $\frac{-6pq}{24pq}$

d.  $\frac{9a}{3b}$

e.  $\frac{-56}{8xy}$

f.  $\frac{-28p}{-14qr}$

g.  $\frac{-7ab}{-7ac}$

h.  $\frac{12x}{-24}$

**Som 139**

a.  $\frac{4x \cdot 6y}{12y}$

b.  $\frac{\frac{18xy}{6c}}{3y}$

c.  $\frac{9ab}{3a \cdot 5b}$

d.  $\frac{\frac{6a}{10ab}}{\frac{5b}{5b}}$

e.  $\frac{\frac{30q}{5q}}{2pq}$

f.  $\frac{\frac{16pq}{4p}}{\frac{4p}{2p}}$

g.  $\frac{\frac{54p}{6p}}{3q}$

h.  $\frac{\frac{18mn}{3.3n}}{3.3n}$

## 4.10 Machten

$3^4 = 3.3.3.3$ . Net zo is  $a^4 = a.a.a.a$

a heet het *grondtal* en 4 heet de *exponent*. Dus  $a^3.a^4 = \underbrace{a.a.a}_3.\underbrace{a.a.a.a}_4 = a^7$ .

Je kunt dus twee machten met hetzelfde grondtal met elkaar vermenigvuldigen door de exponenten van die machten bij elkaar op te tellen.

Dus:  $x^4x^5 = x^9$

En  $5x^36x^4 = 30x^7$

## 4.11 Opgaven

### Som 140

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $x^5.x^2$

e.  $q^7.q^5$

b.  $x^4.x^6$

f.  $z^8.z^2$

c.  $p^2.p^3$

g.  $c^4.c^4$

d.  $a^7.a$

h.  $b.b^9$

### Som 141

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $m^{10}.m^8$

e.  $d^5.d^5$

b.  $p.p^4$

f.  $y^2.y^8$

c.  $a^{12}.a^{17}$

g.  $a.a^6$

d.  $q^8.q$

h.  $q^{10}.q^4$

### Som 142

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $k^2.k^6$

e.  $n^5.n^8$

b.  $z^7.z^8$

f.  $a^7.a$

c.  $p^5.p^{15}$

g.  $c^{10}.c^{20}$

d.  $x.x^{14}$

h.  $y^9.y^6$

### Som 143

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $a^5 \cdot a^6 \cdot a^7$

b.  $p^3 \cdot p \cdot p^6$

c.  $z^4 \cdot z^4 \cdot z^4$

d.  $q \cdot q^2 \cdot q^3$

e.  $x^{10} \cdot x^5 \cdot x$

f.  $b^3 b^5 \cdot b^8$

g.  $d^2 \cdot d^5 \cdot d$

h.  $k^6 \cdot k^8 \cdot k^{10}$

**Som 144**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $6a^4 \cdot 3a^5$

b.  $7p^2 \cdot 11p^4$

c.  $8x^5 \cdot 4x^5$

d.  $5q \cdot 8q^{10}$

e.  $9c^2 \cdot -9c^4$

f.  $-15x \cdot -7x^3$

g.  $-10m^4 \cdot 5m^6$

h.  $12p^3 \cdot -3p^{12}$

**Som 145**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $-2c \cdot 4c^4 \cdot -4c^8$

b.  $m^5 \cdot 3m^5 \cdot m^5$

c.  $q^7 \cdot -2q^{17} \cdot 5q^{27}$

d.  $3y^3 \cdot y \cdot y$

e.  $4k^4 \cdot 4k^4 \cdot 6k^6$

f.  $n \cdot -6n^6 \cdot -11n^{11}$

g.  $a^2 \cdot 2a^{10} \cdot 10a^2$

h.  $b \cdot b^{12} \cdot -3b$

**4.12 Delen van machten**

$$\frac{x^6}{x^4} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x} = x^2$$

Als je twee machten met gelijk grondtal op elkaar deelt, worden de exponenten van elkaar afgetrokken.

Zo is:

$$\frac{x^9}{x^3} = x^6$$

$$\frac{6x^5}{3x^3} = 2x^2$$

**4.13 Opgaven****Som 146**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{x^6}{x^2}$

b.  $\frac{a^7}{a^2}$

c.  $\frac{b^5}{b^3}$

d.  $\frac{p^{12}}{p^5}$

e.  $\frac{q^7}{q^6}$

f.  $\frac{y^2}{y}$

g.  $\frac{c^6}{c^4}$

h.  $\frac{z^5}{z}$

**Som 147**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{7a^4}{7a^4}$

b.  $\frac{15m^2}{3m^2}$

c.  $\frac{18y^7}{3y^6}$

d.  $\frac{24c^6}{8c}$

e.  $\frac{8x^5}{4x^2}$

f.  $\frac{25z^4}{5z^3}$

g.  $\frac{35p}{5p}$

h.  $\frac{16q^5}{4}$

**Som 148**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{14a^2b^5}{2ab^3}$

b.  $\frac{-18x^7y^7}{3x^4y^6}$

c.  $\frac{30p^4q^5}{10q}$

d.  $\frac{-15c^6d^8}{3c^3d}$

e.  $\frac{28m^5n^3}{-14mn^3}$

f.  $\frac{24p^2y^5}{8p^2y^5}$

g.  $\frac{-10b^4c}{-5b^3}$

h.  $\frac{-48a^5b^6}{12ab^5}$

**4.14 Machten van machten**

$$(a^3)^4 = \underbrace{a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3}_{4keer} = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^{12}$$

$$(a^3b^2)^4 = \underbrace{a^3b^2 \cdot a^3b^2 \cdot a^3b^2 \cdot a^3b^2}_{4keer} = a^{12}b^8$$

Zo is:

$$(x^3)^3 = x^9$$

$$(x^5)^6 = x^{30}$$

$$(-a^3)^2 = -a^3 \cdot -a^3 = a^6$$

$$-(a^3)^2 = -a^6$$

**4.15 Opgaven****Som 149**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $(a^2)^5$

b.  $(x^4)^3$

c.  $(p^5)^3$

d.  $(b^2)^7$

e.  $(-p^5)^3$

f.  $-(x^2)^6$

g.  $(-y^2)^5$

h.  $(b^6)^3$

**Som 150**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $(a^3b^2)^4$

b.  $(c^5d^3)^2$

c.  $(-x^2y^5)$

d.  $(c^5q^2)^2$

e.  $-(c^5q^2)^2$

f.  $-(-a^5p^3)^5$

g.  $-(b^3x)^4$

h.  $(-y^3z^3)^3$

**Som 151**

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $(a^4b^2)^3 \cdot (a^2b^5)^2$

b.  $(-x^5y^2)^4 \cdot (x^3y)^3$

c.  $(-c^2d^5)^2 \cdot (-cd^3)^2$

d.  $(p^5x^3)^4 \cdot (-p^2x^4)^3$

e.  $(-q^5r^5)^5 \cdot (-q^2r^3)^3$

f.  $-(a^4y^3)^4 \cdot (-a^2y)^4$

g.  $(b^4p^6)^4 \cdot (-b^2p)^4$

h.  $-(m^5n^2)^4 \cdot (-mn^3)^2$

## 4.16 Vereenvoudigen van breuken met letters

### 4.17 Opgaven

#### Som 152

Vereenvoudig

a.  $\frac{5a}{5}$

b.  $\frac{18b}{3}$

c.  $\frac{20x}{4}$

d.  $\frac{16y}{8}$

e.  $\frac{6p}{p}$

f.  $\frac{24q}{6q}$

g.  $\frac{28z}{7z}$

h.  $\frac{14m}{2}$

#### Som 153

Vereenvoudig

a.  $\frac{8n}{2n}$

b.  $\frac{30d}{d}$

c.  $\frac{25c}{5c}$

d.  $\frac{3k}{3k}$

e.  $\frac{8n}{16n}$

f.  $\frac{60c}{10}$

g.  $\frac{10c}{60}$

h.  $\frac{10c}{60c}$

#### Som 154

Vereenvoudig

a.  $\frac{15x}{-3x}$

b.  $\frac{-18p}{6}$

c.  $\frac{-36q}{9q}$

d.  $\frac{14z}{-2}$

e.  $\frac{-3x^2}{3x}$

f.  $\frac{24a^2}{6a}$

g.  $\frac{60ab}{-10b}$

h.  $\frac{10x^2}{20x}$

#### Som 155

Vereenvoudig

a.  $\frac{7x^4}{x^3}$

b.  $\frac{24k^2}{12k}$

c.  $\frac{35d^5}{7d^3}$

d.  $\frac{8a^4}{16a^2}$

e.  $\frac{-27c^2}{-3c}$

f.  $\frac{20pq}{-4pq}$



g.  $\frac{33k^2}{-3k}$

h.  $\frac{-15m}{5n}$

**Som 156**

Vereenvoudig

a.  $\frac{16a^2b}{8ab^2}$

e.  $\frac{-12a}{24ab}$

b.  $\frac{-54pq}{-6p}$

f.  $\frac{18x^2}{54xy}$

c.  $\frac{48x^2}{-12xy}$

g.  $\frac{-4km}{20m^2}$

d.  $\frac{40m}{10mn}$

h.  $\frac{-16cd}{64cd}$

**Som 157**

Vereenvoudig

a.  $\frac{15a^2}{20ax}$

e.  $\frac{21x^3}{-3x^5}$

b.  $\frac{-8p^2q}{12pq}$

f.  $\frac{-28z^5}{7z^3}$

c.  $\frac{-30b^2}{18ab}$

g.  $\frac{-12a^2b^3}{15a^3b}$

d.  $\frac{7y^2z^2}{-28yz}$

h.  $\frac{10p^4y}{30p^3}$

**Som 158**

Vereenvoudig

a.  $\frac{-15m^5n^4}{-20m^2n^6}$

e.  $\frac{52p^5q^4}{13p^2q^3}$

b.  $\frac{50b^2q^4}{-20b^3q^5}$

f.  $\frac{9a^3b}{-27a^5b^4}$

c.  $\frac{17ap^3}{51a^2p^3}$

g.  $\frac{-10k^2m^7}{-45k^2m^5}$

d.  $\frac{35y^3z^2}{-5y^4z}$

h.  $\frac{3xy^4}{-4xy^4}$

**4.18 Optellen en aftrekken van breuken**Zoals  $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$  is ook  $\frac{4p}{7} + \frac{5p}{7} = \frac{9p}{7}$ 

Dus:

$$\frac{4}{a} + \frac{6}{a} = \frac{10}{a}$$

En  $\underbrace{\frac{a}{2} + \frac{a}{3}}_{\text{nietgelijknamigebreuken}} = \underbrace{\frac{3a}{6} + \frac{2a}{6}}_{\text{gelijknamigmaken}} = \frac{5a}{6}$

## 4.19 Opgaven

### Som 159

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{p}{3} + \frac{p}{3}$

b.  $\frac{p}{3} - \frac{p}{3}$

c.  $\frac{2p}{4} + \frac{3p}{4}$

d.  $\frac{5p}{4} + \frac{3p}{4}$

e.  $\frac{5p}{4} - \frac{3p}{4}$

f.  $\frac{6xy}{7} + \frac{xy}{7}$

g.  $\frac{4k^2}{5} - \frac{2k^2}{5}$

h.  $\frac{9xy^2}{10} - \frac{4xy^2}{10}$

### Som 160

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{4}{x} - \frac{3}{x}$

b.  $\frac{4}{x} + \frac{3a}{x}$

c.  $\frac{a}{4} + \frac{b}{4}$

d.  $\frac{a}{x} + \frac{b}{x}$

e.  $\frac{2a^2}{5b} + \frac{2b^2}{5b}$

f.  $\frac{2c^2}{5b} + \frac{3c^2}{5b}$

g.  $\frac{1}{3ap} + \frac{2}{3ap}$

h.  $\frac{1}{3ap} + \frac{2q}{3ap}$

### Som 161

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$

b.  $\frac{a}{2} - \frac{a}{3}$

c.  $\frac{a}{3} - \frac{a}{2}$

d.  $\frac{b}{4} + \frac{c}{2}$

e.  $\frac{2a}{2} + \frac{5a}{3}$

f.  $\frac{2a}{2} - \frac{5a}{3}$

g.  $\frac{ab}{6} + \frac{ab}{5}$

h.  $\frac{a^2}{3a} + \frac{2a^2}{5a}$

### Som 162

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{a}{3} + \frac{5}{a}$

b.  $\frac{p}{q} + \frac{3}{p}$

c.  $\frac{5x}{3y} + \frac{x}{3}$

d.  $\frac{4k}{5} + \frac{2m}{5}$

e.  $\frac{b}{4} + \frac{a}{b}$

f.  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

g.  $\frac{2b}{c} + \frac{3c}{2b}$

h.  $\frac{d}{5e} + \frac{3e}{d}$

## 4.20 Vermenigvuldigen van breuken

Zoals  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$  zo is:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ en}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{-c}{d} = -\frac{ac}{bd}$$

## 4.21 Opgaven

### Som 163

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{2}{3} \cdot \frac{a}{3}$

b.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{4}{5}$

c.  $\frac{4}{5} \cdot \frac{a}{b}$

d.  $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{b}$

e.  $\frac{4}{5} \cdot \frac{a}{3}$

f.  $\frac{3}{a} \cdot \frac{-4}{b}$

g.  $\frac{-3}{a} \cdot \frac{-b}{4}$

h.  $\frac{-a}{b} \cdot \frac{-1}{3}$

### Som 164

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$

b.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{-c}{d}$

c.  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{-d}$

d.  $\frac{2a}{b} \cdot \frac{3c}{5d}$

e.  $\frac{2p}{3q} \cdot \frac{4x}{y}$

f.  $\frac{-3q}{2x} \cdot \frac{3}{-y}$

g.  $\frac{4tx}{3y} \cdot \frac{4}{5z}$

h.  $\frac{-ab}{c} \cdot \frac{3d}{pq}$

### Som 165

Schrijf zo kort mogelijk:

a.  $\frac{5}{a} \cdot \frac{-1}{5}$

b.  $\frac{3a}{4b} \cdot \frac{b}{3}$

c.  $\frac{6ab}{10} \cdot \frac{15}{bc}$

d.  $\frac{3pq}{6p} \cdot \frac{-2}{3q}$

e.  $\frac{5ab}{7cd} \cdot \frac{ce}{10ab}$

f.  $\frac{100p}{30q} \cdot \frac{9q}{5p}$

g.  $\frac{abc}{3pq} \cdot \frac{4p}{bcd}$

h.  $\frac{-pt}{6q} \cdot \frac{4qy}{4yt}$

### Som 166

Los op:

a.  $\frac{3a^2}{4} \cdot \frac{8}{2a}$

b.  $\frac{8p^2}{2a} \cdot \frac{3a^2}{4p}$

c.  $\frac{ab^2}{3p} \cdot \frac{p^2}{a^2b^2}$

d.  $\frac{3ab^2}{4q} \cdot \frac{2q^2}{b^2}$

e.  $\frac{6x^2y}{2x} \cdot \frac{3x}{9y}$

f.  $\frac{12x^4}{6p^2} \cdot \frac{3p^3}{4x^5}$

g.  $\frac{12x^4}{6p^3} \cdot \frac{3p^3}{4x^4}$

h.  $\frac{9xz^3}{2z} \cdot \frac{4p}{3pz}$

## 4.22 Haakjes wegwerken I

Zoals  $3a = a + a + a$  is

$$3(a + b) = a + b + a + b + a + b = 3a + 3b$$

Dus:

$$3(2a + 3b) = 6a + 9b$$

$$3(2a - 3b) = 6a - 9b$$

$$-3(2a + 3b) = -6a - 9b$$

$$-3(2a - 3b) = -6a + 9b$$

$$a(2a + 3b) = 2a^2 + 3ab$$

$$2a(3a + 4b) = 6a^2 + 8ab$$

## 4.23 Opgaven

### Som 167

Werk de haakjes weg:

a.  $3(a + b)$

e.  $3(-2a + 2b)$

b.  $3(a - b)$

f.  $3(2a - 2b)$

c.  $3(a + 2b)$

g.  $3(a + 2)$

d.  $3(a - 2b)$

h.  $3(-a - 2)$

### Som 168

Werk de haakjes weg:

a.  $3(-a + 1)$

e.  $3(-a + 2)$

b.  $3(1 - a)$

f.  $3(2a - 3b)$

c.  $3(-1 - 3a)$

g.  $3(3a + 1)$

d.  $3(a - b)$

h.  $3(-3a - 1)$

### Som 169

Werk de haakjes weg:

a.  $-5(3 + 2a)$

e.  $-4\frac{1}{2}(2a - 4b)$

b.  $-2(a - 2b)$

f.  $6(-2a + 3)$

c.  $-3(a + 4b)$

g.  $5(5 - 3a)$

d.  $3(-a + \frac{1}{2}b)$

h.  $-3(1 + 5a)$

**Som 170**

Werk de haakjes weg:

a.  $4(a^2 + 3)$

e.  $-2(a - b)$

b.  $-4(3a^2 - 2)$

f.  $3(a^2 + 2b^2)$

c.  $3(a - 6b^2)$

g.  $-4(-a + 2b)$

d.  $-1(a + b)$

h.  $-4(a - 2b)$

**Som 171**

Werk de haakjes weg:

a.  $-3(a - 2b)$

e.  $6(a - 2q)$

b.  $(a - 2b) \cdot -3$

f.  $-3(p - 2q)$

c.  $-2(a - 5b)$

g.  $(b + 2c) \cdot 3$

d.  $(a - 5b) \cdot -2$

h.  $(ab + 2c) \cdot 3$

**Som 172**

Werk de haakjes weg:

a.  $a(p + q)$

e.  $a(2p + 3q)$

b.  $a(p - q)$

f.  $a(-2p + 3q)$

c.  $a(2p + q)$

g.  $a(2 + 3c)$

d.  $a(2p - q)$

h.  $(2c - 3)a$

**Som 173**

Werk de haakjes weg:

a.  $a(a + b)$

e.  $2b(a + 2b)$

b.  $b(a + b)$

f.  $2b(2a - b)$

c.  $b(2a + b)$

g.  $a(3a - 1)$

d.  $b(2a - 2b)$

h.  $a(-3a - b)$

**Som 174**

Werk de haakjes weg:

a.  $-3a(a - 3ab)$

b.  $3a(ab - a)$

c.  $-2a(3ab - b)$

d.  $2a(2a + 2ab)$

e.  $-a(-3a - 4ac)$

f.  $3a(5 - a)$

g.  $-a(5a - 3)$

h.  $-4a(3a - 2ac)$

**Som 175**

Werk de haakjes weg:

a.  $a^2(3a + 5)$

b.  $a(3a^2 - 5)$

c.  $a^2(3a^2 - 5)$

d.  $-a^2(3a^2 - 5a)$

e.  $-a^2(3a^2 - 5ab)$

f.  $a^2(3ab - 5a^2b)$

g.  $3a(a^3 - 2ab)$

h.  $-3a^2(a^2 - 2b)$

**Som 176**

Werk de haakjes weg:

a.  $-3pq(p^2 - 3p^2q)$

b.  $3p^2(p^2 - pq)$

c.  $-3p^2(p^2 - 3p^2q)$

d.  $4c(c^2 + 3c)$

e.  $-4ac(ac + 4z)$

f.  $-4ac(a^2c + 4z)$

g.  $p(p^2 - p)$

h.  $2p(p^2 - p)$

**Som 177**

Werk de haakjes weg:

a.  $-3pq(p^2 - p)$

b.  $-3pq(p^2 - q)$

c.  $-3q^2(p^2 - 2q)$

d.  $2xy(x^2 - x)$

e.  $2x^2(x^2 - x)$

f.  $3x^2(x^3 - 2y)$

g.  $3xy(xy - y^2)$

h.  $2x^2(xy^2 - 2x^2)$

**Som 178**

Werk de haakjes weg

a.  $(-p^2 - 2p - 3)(-2p^3)$

b.  $(x^4 + 2x^1 + 1) \cdot 4x^4$

c.  $(-3a^2b + ab^2)(-ab^2)$

d.  $x^2(x^{n-2} + 1)$

e.  $2a^n(a^{2n} - 2a^n)$

g.  $pn - 2(p^{n+2} + 4p^2)$

f.  $-a^{n-1}(-a + a^{n+1})$

h.  $a^{n-1}b(a^{n+1}b^{n-1} + ab^3)$

## 4.24 Haakjes wegwerken II

Zoals we zagen geldt:

$$p(a + b) = ap + bp$$

Dus ook geldt:  $(a + b)p = ap + bp$

$$(a + b)\underbrace{(c + d)}_p = a\underbrace{p}_{(c+d)} + b\underbrace{p}_{(c+d)} = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Zo is

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

$$(a + 2)(a + 3) = a^2 + 3a + 2a + 6 = a^2 + 5a + 6$$

$$(2a + 3b)(4a + 5b) = 8a^2 + 10ab + 12ab + 15b^2 = 8a^2 + 22ab + 15b^2$$

## 4.25 Opgaven

### Som 179

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + b)(c + d)$

e.  $(a + 3)(b + c)$

b.  $(a + b)(p + q)$

f.  $(a + b)(3 + d)$

c.  $(c + d)(e + f)$

g.  $(2a + b)(c + d)$

d.  $(a + b)(c + 3)$

h.  $(2a + b)(2c + d)$

### Som 180

Werk de haakjes weg:

a.  $(2p + q)(3t + 2v)$

e.  $(4x + 4)(y + z)$

b.  $(2p + q)(3t + 2)$

f.  $(3 + 4a)(2 + 3b)$

c.  $(5a + 4)(2b + 3)$

g.  $(1 + 3a)(2b + 1)$

d.  $((4x + y)(a + 2b))$

h.  $(p + 3q)(4 + 2t)$

### Som 181

Werk de haakjes weg:



a.  $(a + b)(c - d)$

b.  $(a + b)(p - q)$

c.  $(c - d)(e + f)$

d.  $(c - d)(e - f)$

e.  $(a + 3)(b - c)$

f.  $(a + 3)(b - 4)$

g.  $(a - 3)(b - 4)$

h.  $(2a + 3)(b - 4)$

**Som 182**

Werk de haakjes weg:

a.  $(2a - b)(c - d)$

b.  $(5a + 1)(3b - 2)$

c.  $(2x - 3y)(a + b)$

d.  $(-a + b)(c - d)$

e.  $(-a - b)(c - d)$

f.  $(-2a + 3b)(c - 4)$

g.  $(6p - 2)(2 - 3q)$

h.  $(a - 4)(-b + 4)$

**Som 183**

Werk de haakjes weg:

a.  $(x + 3)(x + 4)$

b.  $(x + 1)(x + 5)$

c.  $(x + 6)(x + 1)$

d.  $(p + 2)(p + 3)$

e.  $(p + 1)(p + 2)$

f.  $(y + 3)(y + 7)$

g.  $(y + 8)(y + 2)$

h.  $(k + 1)(k + 5)$

**Som 184**

Werk de haakjes weg:

a.  $(z + 4)(z + 3)$

b.  $(z + 2)(z + 8)$

c.  $(c + 2)(c + 7)$

d.  $(c + 1)(c + 6)$

e.  $(a + 3)(a + 9)$

f.  $(a + 10)(a + 11)$

g.  $(b + 1)(b + 3)$

h.  $(b + 4)(b + 10)$

**Som 185**

Werk de haakjes weg:

a.  $(a - 2)(a - 3)$

b.  $(a - 5)(a - 7)$

c.  $(a - 4)(a - 1)$

d.  $(x - 1)(x - 3)$

e.  $(x+1)(x-2)$

f.  $(y+6)(y-3)$

g.  $(t-6)(t-2)$

h.  $(x-4)(x-1)$

**Som 186**

Werk de haakjes weg:

a.  $(2x+3)(x-5)$

b.  $(2x-3)(x-5)$

c.  $(2x-3)(x+5)$

d.  $(2x+3)(x+5)$

e.  $(a-5)(2a-5)$

f.  $(y-3)(3y-1)$

g.  $(2x-4)(x-4)$

h.  $(6y+2)(y+2)$

**Som 187**

Ontbind in factoren

a.  $(x+2)(x+4) - (x+1)(x+5)$

b.  $(a+2b)(a-b) - (a+b)(a-2b)$

c.  $3(p+1)(p+3) - 2(p+2)(p+4)$

d.  $4y^2 - 3y(y+1) - (y-1)(y-2)$

e.  $5a^2 - 2a(a-3b) - 3(a-b)(a+3b)$

f.  $(x-1)(x-2) - x(x-3)$

g.  $a(a+1)(a+2) - a^2(a+3)$

h.  $(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)$

**4.26**  $(a + b)^2$ 

Zoals  $a^2 = a \cdot a$ , zo is  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

Dus:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Met woorden erbij:

$$(a + b)^2 = \underbrace{a^2}_{\text{deersteinsteinhetkwadraat}} + \underbrace{2ab}_{\text{hetdubbeleprodukt}} + \underbrace{b^2}_{\text{delaatsteinhetkwadraat}}$$

Net zo is:

$$(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

$$(a - 4)^2 = a^2 - 8a + 16$$

$$(2a + 3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

**4.27 Opgaven****Som 188**

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + b)^2$

e.  $(-2a + 3b)^2$

b.  $(a + 3b)^2$

f.  $(3a + 3b)^2$

c.  $(2a + 3b)^2$

g.  $(5a - 3b)^2$

d.  $(2a - 3b)^2$

h.  $(\frac{1}{2}a + 3b)^2$

**Som 189**

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + 1)^2$

e.  $(-2a + 3)^2$

b.  $(a + 3)^2$

f.  $(3a + 3)^2$

c.  $(2a + 3)^2$

g.  $(5 - 3b)^2$

d.  $(2a - 3)^2$

h.  $(\frac{1}{2} + 3b)^2$

**Som 190**

Werk de haakjes weg:

a.  $(12a + 10b)^2$

e.  $(-25a + 35b)^2$

b.  $(7a + 8b)^2$

f.  $(31a + 32b)^2$

c.  $(15a + 23b)^2$

g.  $(25a - 13b)^2$

d.  $(32a - 13b)^2$

h.  $(\frac{1}{2}a + 23b)^2$

## 4.28 $(a + b)(a - b)$

Haakjes wegwerken in de uitdrukking  $(a + b)(a - b)$  levert het volgende resultaat:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{Dus } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

we zeggen:  $(a + b)(a - b)$  is het verschil van twee kwadraten n.l dat van a en dat van b.

$$(a + b)(a - b) = \underbrace{a^2 - b^2}_{\text{het verschil van twee kwadraten}}$$

Zo is:

$$(2a + 3b)(2a - 3b) = 4a^2 - 9b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a - 3)(a + 3) = a^2 - 9$$

$$(2a + 5)(2a - 5) = 4a^2 - 25$$

## 4.29 Opgaven

Som 1

### Som 191

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + 2b)(a - 2b)$

e.  $(-2a + 3b)(2a + 3b)$

b.  $(a + 3b)(a - 3b)$

f.  $(3a + 3b)(3a - 3b)$

c.  $(2a + 3b)(2a - 3b)$

g.  $(5a - 3b)(5a + 3b)$

d.  $(2a - 3b)(2a + 3b)$

h.  $(a + 5)(a - 5)$

### Som 192

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + 2)(a - 2)$

e.  $(-12a + 13b)(12a + 13b)$

b.  $(a + 7)(a - 7)$

f.  $(31a + 31b)(31a - 31b)$

c.  $(2a + 3)(2a - 3)$

g.  $(15a - 13b)(15a + 13b)$

d.  $(2a - 13)(2a + 13)$

h.  $(10a + 5)(10a - 5)$

### Som 193

Werk de haakjes weg:

a.  $(x + y)(x - y)$

b.  $(a + 7)(a - 7)$

c.  $(a - \frac{1}{2})(a + \frac{1}{2})$

d.  $(-a + 3)(a + 3)$

e.  $(-b + 5)(b + 5)$

f.  $(t - 8)(t + 8)$

g.  $(c - d)(c + d)$

h.  $(k + 10)(k - 10)$

**Som 194**

Werk de haakjes weg:

a.  $(2a - 3)(2a + 3)$

b.  $(2a + 4)(2a - 4)$

c.  $(2a + 1)(2a - 1)$

d.  $(3a + 2)(3a - 2)$

e.  $(5a + 7)(5a - 7)$

f.  $(9 + 5a)(9 - 5a)$

g.  $(3a + b)(3a - b)$

h.  $(5x - y)(5x + y)$

**Som 195**

Werk de haakjes weg:

a.  $(a + 2b)(a - 2b)$

b.  $(3 + 2b)(3 - 2b)$

c.  $(1 - 2b)(1 + 2b)$

d.  $(6a + 5)(6a - 5)$

e.  $(1 + 7y)(1 - 7y)$

f.  $(6a - 5y)(6a + 5y)$

g.  $(ab - 4)(ab + 4)$

h.  $(xy - 7)(xy + 7)$

**Som 196**

Werk de haakjes weg:

a.  $(2x - 3y)(2x + 3y)$

b.  $(4z + 2t)(4z - 2t)$

c.  $(8x + 3y)(8x - 3y)$

d.  $(5a - 3b)(5a + 3b)$

e.  $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$

f.  $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$

g.  $(x^2 + y)(x^2 - y)$

h.  $(x^2 + 2y)(x^2 - 2y)$

**Som 197**

Werk de haakjes weg:

a.  $(1 - xy)(1 + xy)$

b.  $(3t + y^2)(3t - y^2)$

c.  $(8 + x^2)(8 - x^2)$

d.  $(-x^2 + 3)(-x^2 - 3)$

e.  $(-x^2 + 3)(x^2 + 3)$

f.  $(ab + cd)(ab - cd)$

g.  $(2a + cd)(2a - cd)$

h.  $(x^3 + y)(x^3 - y)$

**Som 198**

Werk de haakjes weg:

a.  $(12a + 21b)(12a - 21b)$

b.  $(11a + 34b)(11a - 34b)$

c.  $(2a + 37b)(2a - 37b)$

d.  $(22a - 23b)(22a + 23b)$

e.  $(-52a + 3b)(52a + 3b)$

f.  $(33a + 33b)(33a - 33b)$

g.  $(15a - 32b)(15a + 32b)$

h.  $(7a + 5)(7a - 5)$

**Som 199**

Gebruik merkwaardige producten

a.  $(p^2 + p + 2)(p^2 + p - 2)$

b.  $(x^2 - 3x - 1)(x^2 - 3x + 1)$

c.  $(a^2 - a + 3)(a^2 - a - 3)$

d.  $(t^2 + t - 4)(t^2 - t - 4)$

e.  $(x^2 - 2x + 1)(x^2 + 2x + 1)$

f.  $(a^2 - 4a + 8)(a^2 + 4a + 8)$

g.  $(m^2 + m + 1)(m^2 - m - 1)$

h.  $(c^2 + c + 2)(c^2 - c - 2)$

## 4.30 Haakjesvaria

### Som 200

Werk de haakjes weg

a.  $(xy + ab)^2$

b.  $(3xy - 4xz)^2$

c.  $(3xy - 4xy)^2$

d.  $(4x + \frac{1}{4}xy)^2$

e.  $(3x^2 - \frac{1}{3})^2$

f.  $(a^3 - ab)^2$

g.  $(x^3 - y^3)^2$

h.  $(2x^4 + \frac{1}{2}x^2)^2$

### Som 201

Werk de haakjes weg

a.  $(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab)^2$

b.  $x(x + \frac{1}{x})^2$

c.  $(x - \frac{1}{x})^2$

d.  $x^2(x + \frac{1}{x})^2$

e.  $\frac{1}{x}(1 - x)^2$

f.  $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})^2$

g.  $(\frac{2}{x} - \frac{3}{x})^2$

h.  $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})^2$

### Som 202

Werk de haakjes weg

a.  $(x^2 - y)(x^2 + y)$

b.  $(\frac{1}{3} - y^3)(-\frac{1}{3} - y^3)$

c.  $(\frac{1}{y} + 1)(\frac{1}{y} - 1)$

d.  $(2\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{2})(2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2})$

e.  $(x^2 - \frac{1}{2}x)(x^2 + \frac{1}{2}x)$

f.  $\frac{1}{3}(\frac{3}{a} + 3)(\frac{3}{a} - 3)$

g.  $(1 + \frac{1}{x})(1 - \frac{1}{x})$

h.  $(-x + \frac{1}{x})(x + \frac{1}{x})$

### Som 203

Werk de haakjes weg

a.  $(x - 3)^2(x + 3)^2$

b.  $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

c.  $(x - 1)(x + 1)(x^2 - 1)$

d.  $(2x - 4)(2x + 4)(4x^2 + 16)$

e.  $(3x - 1)(3x + 1)(9x^2 - 1)$

f.  $(2x - 7)(2x + 7)(2x - 7)(2x + 7)$

g.  $(\frac{1}{3} - x)(\frac{1}{3} + x)(\frac{1}{9} + x^2)$

h.  $(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

### Som 204

Werk de haakjes weg

a.  $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3})(\frac{1}{4}x - 1)$

b.  $(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3})(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2})$

c.  $(\frac{1}{2}x + 7)(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2})$

d.  $(-\frac{1}{3}a^2 + a)(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3})$

e.  $(\frac{1}{2} - \frac{1}{5a})(\frac{2}{a} + \frac{3}{10})$

f.  $(x^3 - 2x)(\frac{1}{2}x + 1)$

g.  $(ab - 3ad)(a + d)$

h.  $(\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3})(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2})$

**Som 205**

Werk de haakjes weg

a.  $(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}xy)(\frac{1}{3}y + \frac{2}{3}x)$

b.  $(\frac{1}{2} - x)(\frac{1}{3} - y)$

c.  $(y + \frac{1}{y})(2y - \frac{3}{y})$

d.  $(3p^2 + \frac{1}{p})(\frac{1}{3}p + \frac{1}{p}^2)$

e.  $(3x^2 - 5x)(3x + 5x^2)$

f.  $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x)(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}x)$

g.  $\frac{1}{2}p(p^2 + p + 1) - \frac{1}{3}p^2(p + 1)$

h.  $(\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3})(a + d)$



## Hoofdstuk 5

# Ontbinden in factoren

### 5.1 Ontbinden in factoren I

We weten:  $a(b + c) = ab + bc$

Omgekeerd:  $ab + bc = a(b + c)$

We hebben de uitdrukking  $ab + bc$  in (twee) *factoren ontbonden*. Namelijk de factoren  $a$  en  $b + c$   
Zo kunnen de volgende uitdrukkingen als volgt in factoren worden ontbonden:

$$3x + 6 = 3(x + 2)$$

$$3x + 12 = 3(x + 4)$$

$$a^2 + ab = a(a + b)$$

$$3a + 3 = 3(a + 1)$$

$$a^2 + a = a(a + 1)$$

### 5.2 Opgaven

#### Som 206

Ontbind in factoren

a.  $3x + 9$

b.  $3x + 18$

c.  $5x + 5$

d.  $6a + 9b$

e.  $16a - 20b$

f.  $16a - 20$

g.  $16a - 16$

h.  $24 - 8a$

#### Som 207

Ontbind in factoren

a.  $35x + 7y$

b.  $35x + 70y$

c.  $-40x + 32y$

d.  $-40 + 32y$

e.  $16 + 16x$

f.  $11x - 88y$

g.  $4a + 8b + 16c$

h.  $10x + 25y + 30z$

**Som 208**

Ontbind in factoren

a.  $4ab + 6a$

b.  $18b - 16bc$

c.  $7xy + 7yz$

d.  $7xy - 7pq$

e.  $8xz - 4z$

f.  $16y + 8yz$

g.  $24xy + 32x$

h.  $100a - 30ab$

**Som 209**

Ontbind in factoren

a.  $25cx - 25xy$

b.  $25cy - 25xy$

c.  $18pq - 13px$

d.  $100xy - 20x$

e.  $100x - 20y$

f.  $18pq + 32py$

g.  $3xyz - 6xy$

h.  $3xy - 6xyz$

**Som 210**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 + 3x$

b.  $x^2 - 6x$

c.  $3x^2 - 6x$

d.  $3x - 6x^2$

e.  $8xz - 4z$

f.  $6x^2 - 3$

g.  $4x^3 + 2x^2$

h.  $5x^2 - 10x$

**Som 211**

Ontbind in factoren

a.  $35x^2 + 16x$

b.  $36x^2 - 54x^3$

c.  $15x^7 - 3x^6$

d.  $80x^5 - 32x^3$

e.  $15x^2 - 12y^2$

g.  $16x^3y + 4xy$

f.  $16x^3y + 4x^2$

h.  $7x^2y^2 - 8xy$

### 5.3 Ontbinden in factoren II

$$(x+2)(x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

Kijken we, omgekeerd, naar  $x^2 + \underbrace{5}_{2+3}x + \underbrace{6}_{2 \times 3}$  dan kunnen we die uitdrukking in factoren ontbinden:  $x^2 +$

$$5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

Ontbinden we  $x^2 + 6x + 8$  dan moeten we zoeken naar twee getallen die 6 zijn als je die twee getallen bij elkaar optelt en 8 als je die twee getallen met elkaar vermenigvuldigt:

Met proberen vind je:  $2 + 4 = 6$  en  $2 \times 4 = 8$

$$\text{Dus } x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4) \text{ of } x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)$$

Zo is:

$$x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6) \text{ want } 2+6=8 \text{ en } 2 \times 6=12$$

$$x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5) \text{ want } 3+5=8 \text{ en } 3 \times 5=15$$

$$x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$$

$$x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

$$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

### 5.4 Opgaven

#### Som 212

Ontbind in factoren

a.  $a^2 + 5a + 6$

e.  $x^2 + 9x + 8$

b.  $x^2 + 5x + 6$

f.  $x^2 + 8x + 12$

c.  $x^2 + 7x + 6$

g.  $x^2 + 7x + 12$

d.  $x^2 + 6x + 8$

h.  $x^2 + 13x + 12$

#### Som 213

a.  $a^2 + 10a + 24$

e.  $x^2 + 18x + 32$

b.  $x^2 + 10x + 24$

f.  $x^2 + 16x + 48$

c.  $x^2 + 14x + 24$

g.  $x^2 + 14x + 48$

d.  $x^2 + 12x + 32$

h.  $x^2 + 26x + 48$

#### Som 214

Ontbind in factoren

a.  $x^2 + 12x + 20$

b.  $x^2 + 9x + 20$

c.  $x^2 + 12x + 36$

d.  $x^2 + 37x + 36$

e.  $x^2 + 20x + 36$

f.  $x^2 + 15x + 36$

g.  $x^2 + 3x + 2$

h.  $x^2 + 70x + 69$

**Som 215**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 + 24x + 80$

b.  $x^2 + 18x + 80$

c.  $x^2 + 24x + 144$

d.  $x^2 + 74x + 144$

e.  $x^2 + 40x + 144$

f.  $x^2 + 30x + 144$

g.  $x^2 + 6x + 8$

h.  $x^2 + 140x + 276$

**Som 216**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 5x + 6$

b.  $x^2 - 7x + 6$

c.  $x^2 - 10x + 9$

d.  $x^2 - 6x + 9$

e.  $a^2 - 6a + 5$

f.  $a^2 - 5a + 6$

g.  $x^2 - 7x + 10$

h.  $x^2 - 11x + 10$

**Som 217**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 10x + 24$

b.  $x^2 - 14x + 24$

c.  $x^2 - 20x + 36$

d.  $x^2 - 12x + 36$

e.  $a^2 - 12a + 20$

f.  $a^2 - 10a + 24$

g.  $x^2 - 14x + 40$

h.  $x^2 - 22x + 40$

**Som 218**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 9x + 14$

b.  $x^2 - 15x + 14$

c.  $x^2 - 2x + 1$

d.  $a^2 - 8a + 15$

e.  $a^2 - 16a + 15$

f.  $a^2 - 19a + 18$

g.  $x^2 - 11x + 18$

h.  $x^2 - 9x + 18$

**Som 219**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 7x - 30$

b.  $x^2 + 7x - 30$

c.  $x^2 - 13x - 30$

d.  $x^2 - x - 30$

e.  $x^2 - 29x - 30$

f.  $x^2 + 29x - 30$

g.  $x^2 - 6x - 16$

h.  $x^2 + 2x - 15$

**Som 220**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 14x - 120$

b.  $x^2 + 14x - 120$

c.  $x^2 - 26x - 120$

d.  $x^2 - 2x - 120$

e.  $x^2 - 58x - 120$

f.  $x^2 + 58x - 120$

g.  $x^2 - 12x - 64$

h.  $x^2 + 4x - 60$

**Som 221**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 4x - 12$

b.  $x^2 - 5x - 24$

c.  $x^2 + x - 56$

d.  $x^2 - 4x - 5$

e.  $x^2 - 2x - 15$

f.  $x^2 - 8x - 20$

g.  $x^2 + 2x - 48$

h.  $x^2 - 6x - 27$

**Som 222**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 - 8x + 15$

b.  $x^2 + 10x - 25$

c.  $x^2 - 8x + 15$

d.  $x^2 + 12x + 35$

e.  $x^2 + 14x + 49$

f.  $x^2 - 3x + 54$

g.  $x^2 + 16x + 60$

h.  $x^2 - 2x - 48$

## 5.5 Ontbinden allerlei

### Som 223

Ontbind in factoren

a.  $3x^2 - 6x$

b.  $3x^2 - 3$

c.  $p^2 = 7pq + 10q^2$

d.  $4a^2 - 16b^2$

e.  $9x^2 - 6x + 1$

f.  $c^2 - 5c - 50$

g.  $7x^2 + 49$

h.  $4x^2 - 36$

### Som 224

Ontbind in factoren

a.  $6x^2 + 12x + 6$

b.  $3y^2 - 12z^2$

c.  $-y^2 - 4y - 3$

d.  $k^2 - 3kt + 2t^2$

e.  $ax^2 - ay^2$

f.  $a^2 - 3a - 108$

g.  $2a^2 - 4a - 30$

h.  $2a^2 - 4a$

### Som 225

Ontbind in factoren

a.  $x^3 - x$

b.  $x^3 - x^2$

c.  $x^3 - x^2 - 2x$

d.  $y^2 + 4xy + 4x^2$

e.  $y^2x^2 - 4y^2$

f.  $3a^2 + 12a - 15$

g.  $xy^2 - xy^2$

h.  $t^2 - 6t - 40$

### Som 226

Ontbind in factoren

a.  $2a^2 - 8$

b.  $x^2 + 15x + 56$

c.  $2x^2 - 4y + 2$

d.  $6 - 6p^2$

e.  $p^2 + 5p - 6$

f.  $4a^2 - 12ab + 9b^2$

g.  $t^2 - \frac{1}{4}$

h.  $x^2 - 33x - 34$

### Som 227

Ontbind in factoren

a.  $3x^2y - 9x^3y^2$

b.  $8 - 2z^2$

c.  $3x^2 + 9x + 6$

d.  $x^2 + 6x + 9$

e.  $x^2 + 6x - 55$

f.  $6a - 6ab$

g.  $6a - 6ab^2$

h.  $3x^2 - 6x + 3$

**Som 228**

Ontbind in factoren

a.  $k^2 + 5k - 36$

b.  $x^2 + 23x + 42$

c.  $6 - 5y + y^2$

d.  $3x^2 - 6p$

e.  $x^2 - 23x + 42$

f.  $2x^2 - 8x - 24$

g.  $2x^2 - 8x - 16$

h.  $3x^2 + 3y^2$

**Som 229**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 + 31x + 210$

b.  $x^2 - 54x - 360$

c.  $x^2 + 37x - 360$

d.  $x^2 - 49x + 360$

e.  $-x^2 - 37x + 164$

f.  $-x^2 + 11x + 900$

g.  $z^4 + 8z^2 - 209$

h.  $z^2 - 50z + 625$

**Som 230**

Ontbind in factoren

a.  $\frac{1}{y}^2 + \frac{2}{y} + 1$

b.  $\frac{1}{x}^2 - \frac{9}{x} - 70$

c.  $2(x + y) + 3x(x + y)$

d.  $3y(x + y) + 3x(x + y)$

e.  $3(a + c) + b(a + c)$

f.  $a(a + c) + c(a + c)$

g.  $(2 + t)4 - (2 + t)t^2$

h.  $a(a + b)^2 + b(a + b)^2$

**Som 231**

Ontbind in factoren

a.  $x^2y^2 + 16xyz + 64z^2$

b.  $\frac{1}{2}x^2 - xy + \frac{1}{2}y^2$

c.  $\frac{1}{4}x^2 - 2xz + 4z^2$

d.  $x^4 - 10x^2 + 9$

e.  $a^5 + a^3$

f.  $a^5 - a^3$

g.  $3x^3 - 6x^2 + 3x$

h.  $p^2(t^2 - 4) - q^2(t^2 - 4)$

**Som 232**

Ontbind in factoren

a.  $5a^2b^2 - 25abc - 70c^2$

b.  $3x^3 - 6x^2 - 144x$

c.  $7\frac{1}{2}x^2 + 15x + 7\frac{1}{2}$

d.  $x^4 - 4x^2 + 4$

e.  $x^4 - 8x^2 + 16$

f.  $x^4 - 6x^2 + 9$

g.  $(x^2 - 8x - 9)^2$

h.  $(x^2 - 9)^2$

**Som 233**

Ontbind in factoren

a.  $a(x - 1) - b(x - 1)$

b.  $(x + y)^2 - z(x + y)$

c.  $(a + b)^2 + 2(a + b)$

d.  $(x - y)^2 - (x - y)$

e.  $(a + b)^3 - a(a + b)^2$

f.  $2x(x + y) - (x + y)^2$

g.  $3x(x - y) - (x - y)^2$

h.  $(x + y)^2 - x(x + y)$

**Som 234**

Ontbind in factoren

a.  $ab + ac + bp + cp$

b.  $ab - ac + bp - cp$

c.  $a^2 - ab + ac - bc$

d.  $ab + cd + ac + bd$

e.  $a^2 - ab - ac + bc$

f.  $x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1$

g.  $a^3 - 2a^2 + 4a - 8$

h.  $x^3 - x^2 - 3x + 3$

**Som 235**

Ontbind in factoren

a.  $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$

b.  $4x^2 + 4xy + y^2 - 25$

c.  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 1$

d.  $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$

e.  $4x^2 - 4xy + y^2 - z^2$

f.  $1 - 6x + 9x^2 - 9y^2$

g.  $-a^2 + b^2 - 6ac - 9c^2$

h.  $-4x^2 + 12x + y^2 - 9$



# Hoofdstuk 6

## Breuken

### 6.1 Vereenvoudigen

#### Som 236

Vereenvoudig de volgende breuken

a.  $\frac{xy^2z}{x^2y}$

b.  $\frac{5x^4y^5z^2}{10x^3y^4z^4}$

c.  $\frac{15ax^2}{20arx}$

d.  $\frac{(x+y)^2}{x(x+y)}$

e.  $\frac{(a+b)^2(a-b)}{(a-b)^2(a+b)}$

f.  $\frac{x-y}{y-x}$

g.  $\frac{-a^2(a-b)}{a(b-a)}$

h.  $\frac{(a-b)^3}{(b-a)^2}$

#### Som 237

Vereenvoudig

a.  $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab}$

b.  $\frac{x^2-xy}{x^2+xy}$

c.  $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$

d.  $\frac{ab-a^2}{ab-b^2}$

e.  $\frac{x^2-1}{x-x^2}$

f.  $\frac{a-a^3}{a^4-1}$

g.  $\frac{p^{2n}-1}{p^n-1}$

h.  $\frac{x^2-xy+xz}{xy-y^2+yz}$

#### Som 238

Vereenvoudig

a.  $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4}$

e.  $\frac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}$

b.  $\frac{x^2-2xy+y^2}{3x-3y}$

f.  $\frac{x^2-10x+21}{x^2-6x+9}$

c.  $\frac{x^2+5x+4}{x^2+7x+12}$

g.  $\frac{1-x^2}{4x^2-4x}$

d.  $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

h.  $\frac{xy-xz-y^2+yz}{xy+xz-y^2-yz}$

**Som 239**

De volgende breuken zijn te vereenvoudigen. Bereken telkens  $a$ .

a.  $\frac{x-a}{x-5}$

e.  $\frac{x^2-a^2}{2x-4}$

b.  $\frac{2x}{x-a}$

f.  $\frac{x^2-a^2}{x^2-5x+4}$

c.  $\frac{x-2a}{x^2-4}$

g.  $\frac{x^2-a^2}{x^2-13x+36}$

d.  $\frac{x-a}{x^2-x}$

h.  $\frac{x^2-a^2}{x^2-20x+64}$

## 6.2 Optellen en aftrekken van breuken met letters

Zoals we bij het optellen van breuken met getallen gezien hebben:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

Net zo tel je twee breuken met letters op:

Voorbeelden:

1.  $\frac{5}{a} + \frac{7}{a} = \frac{12}{a}$
2.  $\frac{4}{x^2} + \frac{8}{x^2} = \frac{12}{x^2}$
3.  $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1$
4.  $\frac{a}{x} - \frac{a-b}{x} + \frac{b}{x} = \frac{a-(a-b)+b}{x} = \frac{2b}{x}$

En als de breuken nog niet gelijknamig zijn:

1.  $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$
2.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab}$
3.  $\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x+2} = \frac{x(x+2)-x(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x}{(x+1)(x+2)}$

## 6.3 Opgaven

### Som 240

Herleid tot de eenvoudigste vorm

- |                                                |                                       |
|------------------------------------------------|---------------------------------------|
| a. $\frac{x-y}{x} + yx$                        | e. $\frac{x^2}{x-3} - \frac{3x}{x-3}$ |
| b. $\frac{x}{p} + \frac{2x}{p} - \frac{3x}{p}$ | f. $\frac{3x}{x-y} - \frac{3y}{x-y}$  |
| c. $\frac{a^2}{b} - \frac{a^2-ab}{b}$          | g. $\frac{2p}{p-q} - \frac{2q}{p-q}$  |
| d. $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}$             | h. $\frac{x^2}{x-3} - \frac{3x}{x-3}$ |

### Som 241

Herleid tot de eenvoudigste vorm

- |                                      |                                |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| a. $\frac{p^2}{p-1} + \frac{1}{1-p}$ | c. $\frac{x}{y} - \frac{y}{z}$ |
| b. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$       | d. $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ |

e.  $\frac{1}{p^2} - \frac{1}{pq}$

f.  $\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$

g.  $\frac{x}{yz} - \frac{y}{xz}$

h.  $\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}$

**Som 242**

Herleid tot de eenvoudigste vorm

a.  $\frac{a+c}{c^2} - \frac{1}{c}$

b.  $1 - \frac{1}{a}$

c.  $a + \frac{1}{a}$

d.  $\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b}$

e.  $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}$

f.  $a - \frac{a^2}{a+b}$

g.  $x - \frac{x}{x+1}$

h.  $\frac{a}{a+b} - 1$

**Som 243**

Herleid tot de eenvoudigste vorm

a.  $\frac{x}{x-y} - 1$

b.  $\frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b} - 1$

c.  $\frac{1}{p-2} - \frac{4}{p^2-4}$

d.  $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$

e.  $\frac{m}{mn-n^2} - \frac{m}{mn+n^2}$

f.  $\frac{1}{a-ab} + \frac{1}{b^2-ab}$

g.  $\frac{a}{a-b} + \frac{ab}{(b-a)^2}$

h.  $\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^2}$

## 6.4 Breuken met letters vermenigvuldigen en delen

Zoals

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Zo is:

$$\frac{a}{b} \times \frac{p}{q} = \frac{ap}{bq}$$

En net zoals:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Zo is:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Voorbeelden:

1.  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
2.  $x \times \frac{y}{x+y} = \frac{xy}{x+y}$
3.  $\frac{x-1}{x+1} \times \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{x-1}{x+1} \times \frac{(x-1)(x+1)}{x^2} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$

## 6.5 Opgaven

### Som 244

Herleid tot de eenvoudigste vorm:

- |                                                                 |                                      |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| a. $\frac{x}{y} \times \frac{y}{z} \times \frac{z}{x}$          | e. $4a^2 \times (\frac{a-b}{2a})^2$  |
| b. $\frac{a^2}{bc} \times \frac{b^2}{ac} \times \frac{c^2}{ab}$ | f. $4x^3 \times (\frac{y}{-2x})^2$   |
| c. $a^2 \times \frac{b}{a}$                                     | g. $(a+b) \times \frac{a-b}{a^2+ab}$ |
| d. $(x^2-4) \times \frac{1}{x-2}$                               | h. $(x-1) \times \frac{1}{1-x}$      |

### Som 245

Herleid tot de eenvoudigste vorm:

- |                                                |                                            |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| a. $(a-b)^2 \times \frac{1}{a^2-b^2}$          | e. $(a-b) : \frac{a^2-ab}{a+b}$            |
| b. $\frac{x-1}{x-2} : \frac{x-1}{x-3}$         | f. $(2x-1) : \frac{1-2x}{1-x}$             |
| c. $(\frac{x+1}{x+2})^2 : \frac{x+1}{(x+2)^2}$ | g. $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) \times ab$ |
| d. $\frac{x^2-1}{x^2+1} : (x-1)$               | h. $(3 - \frac{2}{x+1}) \times (x+1)$      |