

Hoofdstuk 5

Het Assenstelsel

5.1 Het Assenstelsel

IN DIT HOOFDSTUK gaan jullie kennismaken met het cartesisch assenstelsel. Dit assenstelsel is een idee van de Franse filosoof en wiskundige René Descartes (1596-1650). Zo'n assenstelsel maakt het mogelijk om algebra te gebruiken voor het beschrijven van meetkundige vraagstukken en andersom.

Descartes was ervan overtuigd dat alle ware kennis op wiskunde gebaseerd kon worden en hij heeft als één der eersten geprobeerd het universum wiskundig te beschrijven. Descartes heeft in Nederland gewoond en gewerkt, o.a. in Franeker, Harderwijk, Deventer, Utrecht, Leiden, Amersfoort, Amsterdam, Leeuwarden en Egmond.

Het assenstelsel bestaat uit *twee loodrecht op elkaar staande getallenlijnen*, de **coördinaatassen** geheten, ook wel kortweg de *assen* genoemd (zie de figuur). De horizontale coördinaat as noemen we (traditioneel) de *x-as*, en de verticale as noemen we de *y-as*. Het snijpunt van deze assen noemen we de **oorsprong**. Bij dat punt schrijven we de hoofdletter O.

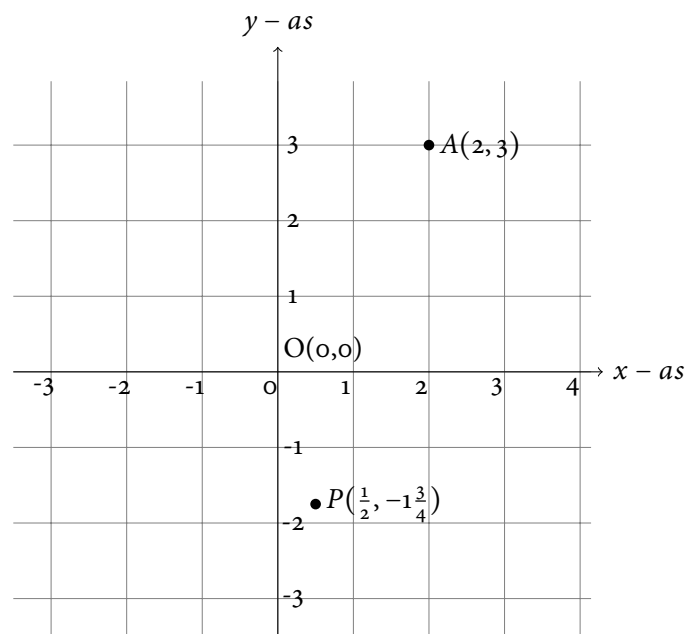
Bij elk punt in het vlak horen nu twee getallen. En die getallen schrijven we tussen haakjes en met een komma ertussen. Je kunt die twee getallen opvatten als een soort adres van dat punt. Deze getallen worden de **coördinaten** van het punt genoemd.

Kijk eens in het plaatje naar punt A. A is het snijpunt van een horizontale lijn en van een verticale lijn. De verticale lijn gaat door het punt op de *x-as* waar een 2 bij staat en de horizontale lijn gaat door een punt op de *y-as* waar een 3 bij staat. Daarom zullen we A het “adres” (2,3) meegeven. Het eerste getal, in dit geval de 2, heet de de *x-coördinaat* van A en het tweede getal, de 3 dus, heet de *y-coördinaat* van A. Je snapt nu wel dat ieder punt in het vlak **coördinaten**

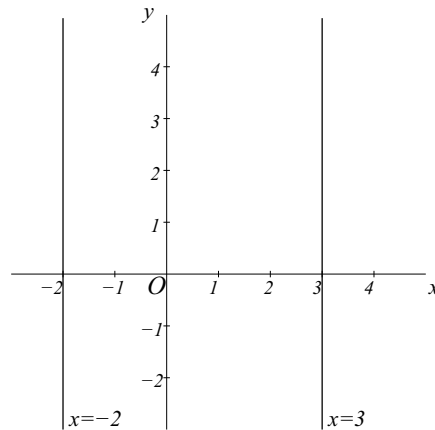
moet hebben. Zo zie je dat P dan de coördinaten $(\frac{1}{2}, -1\frac{3}{4})$ heeft. Even goed doordenkend begrijp je dan dat de **coördinaten** van een punt op de x -as altijd een y -**coördinaat** 0 heeft, en dat van een punt op de y -as juist de x -**coördinaat** 0 is. En de **oorsprong** moet dan de **coördinaten** $(0, 0)$ hebben.

Vaak noemen we de **coördinaten** van een punt direct achter de naam van dat punt. Bijvoorbeeld $A(2, 3)$.

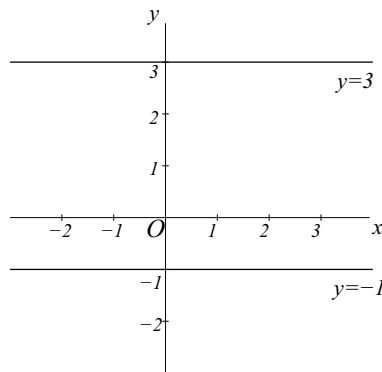
Horizontale lijnen en verticale lijnen welke de assen bij de gehele getallen snijden heten *roosterlijnen*. De snijpunten van roosterlijnen heten **roosterpunten**. Roosterpunten hebben daarom coördinaten welke gehele getallen zijn.



We hebben gezien dat alle punten waarvan de x -coördinaat 3 is, op een verticale lijn liggen welke bij de 3 door de x -as gaat. Deze verticale lijn zullen we daarom ook wel aangeven met de uitdrukking $x = 3$. En zo geeft b.v. $x = -2$, de verticale lijn aan welke bij -2 door de x -as gaat. Zie het plaatje hieronder.



Net zo zullen we de horizontale lijn waarvan de punten een y -coördinaat 3 hebben, aanduiden met $y = 3$.



Opgave 1

- Teken een assenstelsel, neem voor de eenheden $1\frac{1}{2}$ cm.
- Kleur in je assenstelsel alle punten rood waarvan de x -coördinaat 2 is.
- Kleur in je assenstelsel alle punten groen waarvan de x -coördinaat -3 is.
- Kleur in je assenstelsel alle punten blauw waarvan de y -coördinaat -1 is.

Opgave 2

- Op welke lijn liggen alle punten waarvan de x -coördinaat 0 is?
- En welke lijn is $y = 0$?

- Opgave 3** Teken opnieuw een assenstelsel, neem voor de eenheden $1\frac{1}{2}$ cm.
- a) Teken in je assenstelsel $A(2, 1)$, $B(5, 6)$, $C(0, 3)$, $D(-5, 6)$, $E(-2, 1)$, $F(-5, -4)$, $G(0, -1)$, $H(5, -4)$ en teken figuur $ABCDEFGH$.
 - b) Teken door het punt $(0, -5)$ een horizontale lijn.
 - c) Geef nog drie punten op die lijn.
 - d) Teken door het punt $(7, 0)$ een verticale lijn.
 - e) Geef nog drie punten op die lijn.
- Opgave 4**
- a) Teken een assenstelsel met voor de eenheden $1\frac{1}{2}$ cm. Zet bij elke as de getallen 1 tot en met 10.
 - b) Teken de punten $A(1, 1)$, $B(9, 1)$, $C(9, 9)$, $D(1, 9)$, $E(5, 1)$, $F(9, 5)$, $G(5, 9)$ en $H(1, 5)$.
 - c) Teken figuur $ABCD$ en figuur $EFGH$.
 - d) $ABCD$ is een vierkant. Is $EFGH$ ook een vierkant?
- Opgave 5** Beantwoord de volgende vragen zonder te tekenen:
- a) Welk punt ligt drie eenheden rechts van het punt $P(4, 8)$?
 - b) Welk punt ligt zeven eenheden onder het punt $Q(-2, -11)$?
 - c) Welk punt ligt dertien eenheden links van het punt $R(18, -21)$?
 - d) Welk punt ligt negen eenheden boven het punt $S(17, -12)$?
- Opgave 6** We bekijken de punten $A(2, 11)$, $B(5, 8)$, $C(0, -4)$, $D(11, 8)$, $E(9, 0)$, $F(-1, 4)$, $G(2, 5)$, $H(-5, -4)$.
- a) Van welk punt is de x -coördinaat 5?
 - b) Van welk punt is de y -coördinaat 11?
 - c) Welk punt ligt op de x -as?
 - d) Welk punt ligt op de y -as?
 - e) Welke twee punten liggen op dezelfde lijn evenwijdig aan de x -as?
 - f) Welke twee punten liggen op dezelfde lijn evenwijdig aan de y -as?
- Opgave 7**
- a) Teken een assenstelsel met een x -as en een y -as. Neem als eenheid op beide assen $1\frac{1}{2}$ cm.

- b) Teken de punten $A(2, 3)$ en $B(6, 4)$.
- c) De punten A en B zijn de hoekpunten van een vierkant $ABCD$. Teken dat vierkant en geef de coördinaten van de hoekpunten C en D .

- Opgave 8** Teken nog eens een assenstelsel, neem voor de eenheden $1\frac{1}{2}$ cm.
- a) Kleur dat deel van het vlak geel, waarvoor geldt: $x > 3$.
 - b) Kleur dat deel van het vlak rood, waarvoor geldt: $y < 2$.

- Opgave 9** Teken een assenstelsel met een x -as en een y -as. Neem als eenheid op beide assen $1\frac{1}{2}$ cm. Laat x en y lopen van -3 tot en met 3 . Kleur in het assenstelsel alle punten zwart waarvan de x -coördinaat en de y -coördinaat gelijk zijn.

De lijn die je in de vorige opgave hebt getekend noemen we: **de lijn** $y = x$. Want op deze lijn liggen alle punten waarvan de x -coördinaat gelijk is aan de y -coördinaat. En de formule $y = x$ zegt eigenlijk precies hetzelfde!

De assen kunnen trouwens ook weleens andere namen krijgen dan x -as en y -as, bijvoorbeeld F -as en C -as of D -as en t -as.

- Opgave 10** Teken de lijn met de formule $y = -x$ (d.w.z. teken die punten waarvoor geldt dat de x -coördinaat van zo'n punt tegengesteld is aan de y -coördinaat van dat punt).

- Opgave 11** De punten $P(4, 5)$, $Q(7, 8)$ en $S(2, 7)$ zijn de hoekpunten van een rechthoek.
- a) Teken de rechthoek $PQRS$ en geef de coördinaten van het vierde hoekpunt R .
 - b) Welke roosterpunten liggen in de rechthoek?
 - c) Welke roosterpunten liggen op de zijden van de rechthoek?

- Opgave 12**
- a) Schrijf de coördinaten op van de acht roosterpunten die rondom $P(2, 6)$ liggen.
 - b) Welke vier roosterpunten liggen op een afstand 6 van P ?

- Opgave 13**
- a) Teken een assenstelsel met een x -as en een y -as en neem als eenheid 3 centimeter.
 - b) Teken in je assenstelsel de punten $A(\frac{1}{6}, 1\frac{1}{2})$ en $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$.

- Opgave 14**
- a) Teken een assenstelsel en daarin de lijnen $x = 2$, $x = 3\frac{1}{2}$, $y = -1$ en $y = 4$.
 - b) Welke roosterpunten worden door deze lijnen ingesloten?
- Opgave 15**
- a) Wat kun je zeggen over de coördinaten van de roosterpunten op de lijn $x = 6$?
 - b) Wat kun je zeggen over de coördinaten van de roosterpunten rechts van de lijn $x = 6$?
 - c) Wat kun je zeggen over de coördinaten van alle punten rechts van de lijn $x = 6$?
- Opgave 16**
- a) Teken het **parallellogram** $OABC$ met hoekpunten $O(0, 0)$, $A(6, -\frac{1}{2})$, $B(5, 3\frac{1}{2})$ en $C(-1, 4)$.
 - b) Waarom heet deze vierhoek een parallellogram, denk je?
 - c) Vermenigvuldig van elk hoekpunt de eerste coördinaat met $-\frac{1}{2}$ en de tweede met -2 . Vul de coördinaten in die je dan krijgt: $P(,)$, $Q(,)$, $R(,)$ en $S(,)$.
 - d) Teken vierhoek $PQRS$. Wat voor soort vierhoek is dit?
 - e) Wat zijn de coördinaten van het snijpunt van de diagonalen van vierhoek $OABC$?
 - f) Wat zijn de coördinaten van het snijpunt van de diagonalen van vierhoek $PQRS$?