

Hoofdstuk 2

Meetkundige constructies

2.1 Inleiding: Bouwstenen van de meetkunde

EEN MEETKUNDIGE CONSTRUCTIE is een tekening waarin allerlei figuren zoals driehoeken, vierhoeken, lijnen en cirkels een rol spelen en waarbij precies beschreven staat hoe die tekening ontstaat. Later zullen we zien dat bij een constructie ook altijd een bewijs hoort: waarom bereik je met een constructie datgene wat je wou bereiken met die constructie.

Constructies zijn van oudsher altijd belangrijk geweest voor het ontwerpen en voor het bouwen van gebouwen. Als Egyptenaren bijvoorbeeld een piramide bouwden moesten ze beginnen met het uitzetten van een groot vierkant grondvlak. Hoe deden ze dat, hoe konden ze het doen? De Grieken werden meesters in het bedenken van goede constructies en zagen voor het eerst ook de noodzaak (en het plezier!) van het bewijzen van de juistheid van die constructies. Hiermee legden ze de basis voor de moderne wiskunde.

De Grieken stonden bij constructies alleen het gebruik van passer en liniaal toe. Daarbij mocht de liniaal uitsluitend gebruikt worden om lijnen door twee gegeven (of al eerder geconstrueerde) punten te trekken. Er stond dus *geen schaalverdeling* op de liniaal van de Grieken! Met de passer kon je cirkels tekenen met een gegeven middelpunt die door een gegeven punt gingen. Een van de grote voordelen van deze manier van construeren is dat je ze op iedere schaal goed kon uitvoeren. Een passer zowel als een liniaal kan je namelijk heel goed vervangen door een simpel touwtje. Zo kan je bij bijvoorbeeld het aanleggen van een tuin of het bouwen van een gebouw een constructie in het groot uitvoeren die je eerst op papier in het klein hebt gedaan.

Tegenwoordig gebruiken we ook andere hulpmiddelen, zoals de geodriehoek. Op papier gaat dat vaak wel zo snel en makkelijker. In dit hoofdstuk ga

je weliswaar leren hoe je een geodriehoek moet gebruiken maar de echte constructies mag je uitsluitend met passer en liniaal doen. Zoals de Grieken dat deden.

Benodigdheden:

- a) potlood,
- b) passer,
- c) geodriehoek,
- d) gum,
- e) 2 kleurpotloden,
- f) blanco schrift (dus géén lijntjes en géén ruitjes).

De bouwstenen van constructies

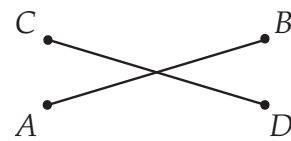
We gaan er vanuit dat een **punt** oneindig klein is, maar we *tekenen* een punt meestal als een vette stip. Anders kan je hem niet zien. Punten kan je een naam geven. Daarvoor worden altijd hoofdletters gebruikt: A, B, C etc.



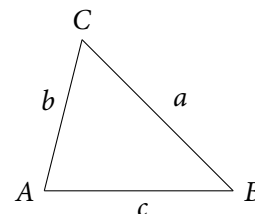
Een (rechte) **lijn** is in principe oneindig lang (en heeft geen dikte!), maar we tekenen altijd maar een stukje ervan. Een lijn wordt altijd aangegeven met een kleine letter: k , l , m , n etc.



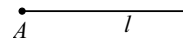
Een **lijnstuk** is het stukje lijn dat tussen twee gegeven punten zit en wordt aangegeven door het begin- en eindpunt: AB , ST etc.



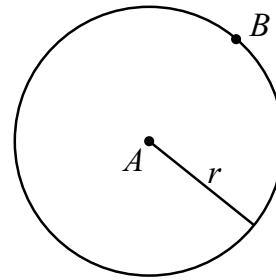
Een lijnstuk wordt soms ook aangegeven met één kleine letter, zie hiernaast: lijnstuk AB is hetzelfde als lijnstuk c , enz.



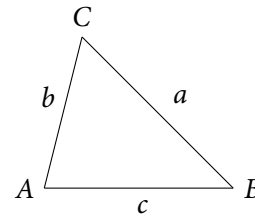
Een **halve lijn** begint bij een punt, bijvoorbeeld A , maar loopt vervolgens oneindig lang door. Voor halve lijnen gebruik je ook kleine letters, bijvoorbeeld l .



Een **cirkel** bestaat uit allemaal punten die even ver vanaf een vast punt liggen (het *midpunt*). Die afstand wordt de *straal* genoemd. Een cirkel geef je aan met het symbool $\odot(\dots)$ waarbij je op de stipjes eerst het middelpunt van de cirkel en daarna de straal opschrijft. Die straal is vaak een lijnstuk en dan schrijf je de naam van het lijnstuk op. Bijv. $\odot(A, r)$ of $\odot(A, AB)$. De letter r komt van het Latijnse woord 'radius' voor straal.

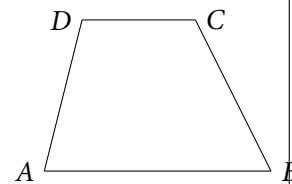


Een **driehoek** ontstaat als je drie punten die niet op één lijn liggen met lijnstukken verbindt. De punten heten de **hoekpunten** en de lijnstukken de **zijden** van de driehoek.

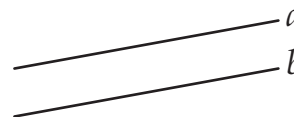


Een driehoek geef je aan met het symbool $\triangle$, gevolgd door de hoekpunten. De driehoek in de figuur heet $\triangle ABC$.

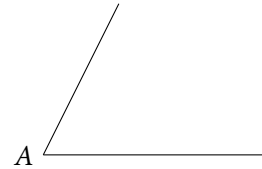
Een **driehoek** of een **vierhoek** geef je aan door de namen van de hoekpunten achter elkaar op te schrijven. Let daarbij op de volgorde. In het voorbeeld is $ABCD$ goed maar $ABDC$ niet goed als notatie voor de vierhoek. $BCDA$ of $DCBA$ zou ook kunnen, maar de afspraak is: in alfabetische volgorde tegen de wijzers van de klok in.



Twee lijnen zijn **evenwijdig** als ze in één vlak liggen en elkaar niet snijden. Je schrijft het in het kort zo op: $a \parallel b$.

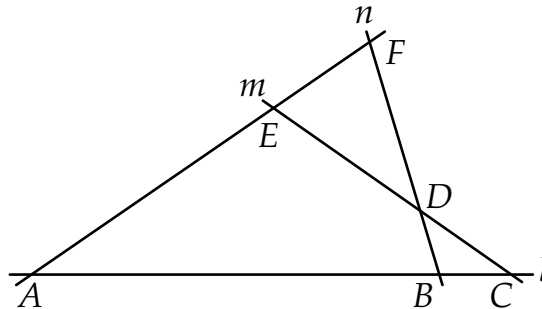


Een **hoek** wordt gevormd door twee halve lijnen die in een punt, het hoekpunt beginnen. De twee halve lijnen worden de benen van die hoek genoemd. Een hoek kan je aangeven met het teken $\angle$ gevolgd door de naam van het hoekpunt of de namen van twee punten op de benen met in het midden het hoekpunt. Bijv. $\angle A$. In het plaatje hiervoor met vierhoek $ABCD$ zie je bijvoorbeeld $\angle A = \angle BAD$ en $\angle D = \angle ADC$.



Let op: tekeningen moeten altijd met potlood worden gemaakt!

Opgave 1 Deze opgave gaat steeds over het onderstaande figuur:



- De lijn l gaat door A en B , de lijn m door E en D en de lijn n door F en D . Geef het snijpunt van l en m , van l en n en het snijpunt van m en n .
- Het lijnstuk AB is wel getekend maar AD is niet getekend. Geef van de volgende lijnstukken aan of ze wel of niet getekend zijn: BC , EC , BE , FA , FC , BD .
- $\triangle BCD$ is wel getekend maar $\triangle BCF$ niet. Schrijf alle driehoeken op die wel getekend zijn.
- Geef tenminste vier notaties voor vierhoek $ABDE$ die niet correct zijn.
- In het figuur is $\angle EAB$ een hoek die getekend is maar $\angle AEB$ is niet getekend. Geef van de volgende hoeken aan of ze getekend zijn of niet: $\angle ABD$, $\angle DBA$, $\angle BAD$, $\angle ACD$, $\angle DCB$, $\angle AFB$, $\angle DEA$.
- Geef een andere notatie voor $\angle AEC$. Waarom is $\angle E$ hier geen goede notatie?

Opgave 2 Teken drie punten A , B en C , die niet op één lijn liggen en teken vervolgens de cirkels $\odot(C, AC)$, $\odot(A, AB)$, $\odot(A, BC)$.