

Klik [hier](#) voor het originele artikel (p. 63)

VIA CONCREET NAAR ABSTRACT



Stel je eens voor dat we alles een voor een en apart zouden moeten leren. Dat we het ons hoofd niet aan het verstand zouden kunnen brengen dat het een opgave als $120 : 6$ op dezelfde manier kan oplossen als $350 : 7$. Of dat het eerlijk delen van winst (rekenkundig) hetzelfde werkt als het delen van een taart. Dat zou onbegonnen werk zijn. Gelukkig bezit ons hoofd een prima wondermiddel: transfer. We leren niet alleen die ene oplossing in die ene specifieke context, maar maken ons ook de onderliggende regel eigen, zodat we die in nieuwe contexten kunnen toepassen. Maar hoe kun je die transfer het best bevorderen? Binnen het rekenonderwijs is daarover veel discussie. Sommigen zeggen: je moet concreet en herkenbaar beginnen, anders begrijpen leerlingen er niets van. Anderen zeggen juist: nee, je moet meteen abstract insteken, anders komen ze nooit meer los van die concrete context. Fyfe en haar collega's vonden een gulden middenweg: concreteness fading (letterlijk: vervagende concreetheid). In hun artikel leveren ze bewijs dat dit werkt en leggen ze uit hoe je dit in de klas kunt toepassen.

HET IDEE



Concreet of abstract, dat is de vraag waarover Fyfe & co zich bogen. Ze zagen bij beide aanpakken zowel voor- als nadelen. Voordeel van concreet materiaal – zoals knikkers of weegschalen – is dat het herkenbaar is en bij leerlingen alledaagse kennis oproept. Ze kunnen dingen vastpakken en er bewerkingen op loslaten. Iets letterlijk voor je zien, stimuleert visuele verwerking en die informatie blijft in het geheugen, lang nadat de materialen hebben plaatsgemaakt voor abstracte symbolen. Maar een nadeel is dat leerlingen afgeleid kunnen raken door details (hé, er zijn rode en gele knikkers en zelfs kattenogen) of dat ze niet loskomen van het materiaal en dit dus de transfer in de weg staat. Abstract beginnen heeft als voordeel dat je de aandacht van leerlingen meteen focust op de kern en de structuur en dit bevordert transfer. Nadeel is dat leerlingen het toch niet helemaal begrijpen: de symbolen en concepten blijven voor hen nietszeggend. Ze voeren dan wel de procedure uit, maar maken onlogische fouten of gebruiken inefficiënte oplossingsstrategieën. En wat nu als we de voordelen van beide aanpakken benutten en de nadelen minimaliseren? Vanuit dat idee ontwikkelden Fyfe & co **concreteness fading**: een aanpak die begint met de voeten in de klei en leerlingen geleidelijk begeleidt naar abstract inzicht (en dus naar transfer).

DE INZICHTEN

3 stappen Voor hun aanpak van geleidelijk afbouwen van concrete contexten lieten Fyfe & co zich inspireren door het onderzoek van cognitiepsycholoog Bruner en diens begrip **scaffolding**: het ondersteunen van leerlingen tot ze het zelf kunnen. Bruner maakte duidelijk dat je nieuwe concepten en procedures achtereenvolgens in 3 vormen moet aanbieden:

1. Een tastbare/concrete vorm – 3D voorwerpen
2. Een iconische vorm – een plaatje
3. Een symbolische vorm

Het concept 'vijf' introduceer je bijv. eerst met 5 appels, daarna met een plaatje van 5 stippen en vervolgens met het getalsymbool 5. En het concept vergelijken, dus x is gelijk aan y , kun je introduceren met een weegschaal (zie kader).

Expliciete begeleiding Uit diverse onderzoeken bij leerlingen, ook door Fyfe & co zelf, blijkt dat deze geleidelijke aanpak werkt. Het vergroot het begrip bij leerlingen en bevordert transfer. Dat komt doordat je als leerkracht expliciet de overgang van concreet naar abstract laat zien. Zo bewerkstellig je dat het



concrete blijft doorklinken in het abstracte, en symbolen en concepten betekenisvol worden. Je geeft leerlingen visuele haakjes om de abstracte kennis aan op te hangen en dat vergroot hun begrip. Door hun meer voorbeelden aan te bieden, zorg je ervoor dat ze niet in dat ene voorbeeld of details daarvan blijven hangen, maar onder jouw begeleiding oog krijgen voor de achterliggende patronen en structuren. Zo versterken het concrete en abstracte elkaar.

IN DE KLAS

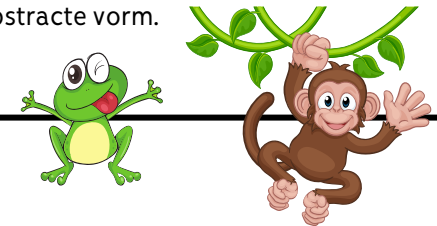
Misschien denk je: in het rekenonderwijs in het PO valt het nog wel mee met die abstractie, dat komt pas in het VO om de hoek kijken. Maar vergis je niet: dat komt omdat jij al zo gewend bent aan de wereld van getallen en symbolen. Voor leerlingen is die wereld nog helemaal niet vanzelfsprekend. Zo kan het abstracte getalsymbool 4 verschillende dingen representeren:

- 4 objecten (hoeveelheid)
- 4 meter (maat)
- 4 minuten (maat) of
- buslijn 4 (meer een naam dan een hoeveelheid)

Jij begeleidt hen dus naar die abstractie. De 3 stappen van Fyfe & co zijn daarbij een handig richtsnoer. Ze helpen je om leerlingen geleidelijk de overgang te laten maken van het alledaagse en bekende naar geabstraheerde vormen daarvan (zoals getallen en andere wiskundige symbolen). Door niet 1, maar meer voorbeelden te laten zien, kun je leerlingen attenderen op onderliggende patronen. Kijk wat we met de weegschaal doen, is hetzelfde als stickers eerlijk verdelen (zie kader). kun je nog een voorbeeld bedenken waarin we dat zien? Als je merkt dat leerlingen iets nog niet begrijpen, bijv. door de fouten die ze maken, kun je weer teruggrijpen naar dat concrete of de schematische voorstelling: weet je nog toen we met die weegschaal bezig waren, wat deden we toen ook alweer? Juist die voortdurende koppeling tussen het concrete, schematische en abstracte stimuleert begrip. En dat zorgt er weer voor dat leerlingen hun kennis ook kunnen toepassen in nieuwe situaties.

KIKKER EN AAP

Leerlingen in de middenbouw moeten leren wat wiskundige vergelijkingen inhouden. Als ze dit nog aan het leren zijn, willen ze het = teken in een opgave als $3 + 4 + 5 = 3 + \dots$ nog weleens opvatten als een + teken: ze tellen dan alle getallen op i.p.v. op zoek te gaan naar de ontbrekende grootte (9). Hoe kun je dit concept concreet introduceren? Fyfe & co brachten in een eerder onderzoek 2 knuffels de klas in: Kikker en Aap. Eerst mochten de leerlingen stickers verdelen tussen Kikker en Aap: zorg dat er aan beide kanten evenveel stickers zijn. In een tweede voorbeeld moesten leerlingen de 2 mandjes van een weegschaal in balans brengen. Ook hier draaide het erom dat er aan beide kanten gelijke hoeveelheden waren. Als overgang tussen concreet en abstract (de schematische stap) kregen leerlingen een papier met daarop afbeeldingen van de knuffels of de weegschaal, en daaronder de notatie voor een vergelijking. Tenslotte maakten leerlingen de stap naar de volledig abstracte notatie. Dit leidde tot diep begrip: de leerlingen maakten weinig tot geen fouten in een toets, in tegenstelling tot leerlingen die het onderwerp kregen aangeleerd in louter concrete of louter abstracte vorm.



- Lees H. 'Leren in de steigers' in het [boek](#) Op de schouders van reuzen

Meer lezen!



in de
praktijk

KEERSOMMEN FRÖBELEN

'Dit is een keer-teken. Kijk er maar eens goed naar,' zegt leraar Lucy de Bie tegen groep 4 van basisschool de Regenboog in Cuijk. Leren vermenigvuldigen begint bij De Bie met een visuele kennismaking: wat is het en hoe ziet dat keer-teken er dan uit? Daarop volgt een concrete opdracht met fröbelspullen: kraaltjes, boontjes, halve wasknijpers en paperclips. 'Luister goed,' zegt ze, 'jullie krijgen je allereerste opdracht: maak groepjes bij de som 3×4 .' In het lokaal klinkt het geluid van graaiende handjes in plastic bakjes. Druk tellend leggen de leerlingen twee groepjes op tafel: één groepje van 3 en één van 4. 'Het gaat in het begin bijna altijd fout, ook nu weer,' weet De Bie, die al meer dan veertig jaar voor de klas staat. 'Bij zo'n opdracht zie je dat keersommen abstract zijn.' Daarom werkt ze eerst met materiaal en herhaalt ze dat, tot iedereen klaar is om al tekenend aan de slag te gaan met de volgende opdracht: 3 groepjes (rondjes) van 4 tekenen (stipjes). Als je 3×4 maakt, is dat

3 keer een groepje van 4,' legt ze uit. 'In het begin draaien ze de som nog vaak om, omdat er nog weinig begrip is. Als dat veel gebeurt, keer ik terug naar groepjes maken met materialen.' Dit herhaalt De Bie tot het kind klaar is voor andere oplossingsstrategieën, zoals de 1-keer-meer-som. 'Als je 3×4 weet, tel er dan 4 bij op, dan heb je het antwoord op 4×4 .'

Naast de vaste wekelijkse les vermenigvuldigen, oefent De Bie de tafels elke dag op verschillende manieren. Ze vraagt kinderen een verhaal bij de keersom te maken en met gym doen ze een balspel waarbij leerlingen onder hoge tijdsdruk de tafels opdreunen. Bij pauzes en naar huis gaan is 'de codekraker' bij de deur een mooie test om te zien wie de tafels (niet) beheerst. De leerling die het antwoord niet weet, sluit achteraan aan in de rij. 'Bij de tweede ronde geef ik dan een tip over welke strategie ze kunnen gebruiken, dan is het antwoord meestal goed en kunnen ook deze leerlingen lekker naar buiten.'